

Modelos Simbólicos de Forma Para el Análisis Cuantitativo de Malformaciones Craneales Causadas por Craneosinostosis



S. Ruiz-Correa
J. F. Padilla Franco
Y. Campos Silvestre
CIMAT
src@ciamat.mx
jfpf@ciamat.mx
yerania@ciamat.mx

Resumen

La craneosinostosis consiste en la fusión prematura de las suturas del cráneo y es una enfermedad infantil que causa malformaciones craneales muy serias que se asocian frecuentemente a deficiencias cognitivas, de lenguaje y de aprendizaje. En la práctica médica, el tipo más común de craneosinostosis se conoce como craneosinostosis primaria o aislada, debido a que la fusión temprana afecta una sola sutura del cráneo. En este trabajo presentamos una nueva metodología, basada en un modelo probabilístico bayesiano aplicado a imágenes de tomografía computarizada, para cuantificar y clasificar malformaciones craneales causadas por craneosinostosis primaria utilizando nuevos descriptores simbólicos de forma. Presentamos además los resultados de un estudio en el que comparamos el desempeño de clasificación de descriptores numéricos tradicionales con el desempeño de los descriptores simbólicos propuestos.

1. Introducción

En años recientes, el desarrollo de tecnologías para la generación y procesamiento de imágenes biomédicas ha evolucionado en forma espectacular. La visualización de la anatomía humana y sus patologías ha alcanzado un grado de resolución que no tiene precedente (Figura 1). Paradójicamente, el empleo clínico de imágenes biomédicas se encuentra confinado a la interpretación (esencialmente subjetiva) del especialista. Por ejemplo, algunos dispositivos de adquisición producen imágenes sobresalientes de la actividad molecular específica que evidencia la presencia de procesos degenerativos mórbidos. Sin embargo, los patrones de imágenes resultantes son tan complejos, que el análisis frecuentemente se limita al uso de métodos cualitativos o semicuantitativos. La escasez de métodos cuantitativos de análisis obstaculiza seriamente el estudio de las relaciones causales que conectan la estructura anatómica, su funcionamiento y los procesos patológicos que la afectan. El análisis de imágenes biomédicas es difícil no sólo porque los patrones de información codificados en las imágenes pueden ser muy intrincados, sino también porque la estructura biológica puede variar significativamente en la muestra de la población bajo estudio. Además, imágenes generadas con dispositivos de diseño reciente pueden contener una cantidad gigantesca de información multimodal, lo que dificulta aún más su procesamiento y análisis (Figura 2).



Figura 1: Reconstrucciones volumétricas de estructuras anatómicas humanas obtenidas a partir de imágenes de tomografía computarizada (sistema músculo-esquelético), e imágenes de resonancia magnética (pulmones y corazón).

La omnipresencia de los problemas descritos en relación a la interpretación y análisis de imágenes para la investigación biomédica requiere de la creación de nuevas metodologías computacionales de análisis basadas en principios matemáticos sólidos. Las técnicas modernas de visión computacional y aprendizaje automático por computadora proveen un marco teórico bien fundamentado que permite la creación de métodos cuantitativos para el análisis de información compleja.



Figura 2: Vistas frontales y laterales de la reconstrucción volumétrica del cráneo de un infante que padece una malformación craneal localizada a lo largo de la sutura metópica (señalada por la flecha roja). Las reconstrucciones fueron obtenidas a partir de imágenes de tomografía computarizada.

En este trabajo presentamos una metodología computacional novedosa que permite el estudio cuantitativo del complejo craneal humano a partir de imágenes tridimensionales de *tomografía computarizada* (TC). En particular, describimos su aplicación para la

clasificación de malformaciones craneales causadas por *craneosinostosis*.

2. Antecedentes

La craneosinostosis es la fusión prematura de una o más suturas del cráneo que separan las placas de hueso que forman la bóveda del cráneo [5]. En infantes que se desarrollan normalmente, el cerebro crece gradualmente dentro del cráneo gracias a que las suturas se encuentran abiertas. En niños que padecen craneosinostosis, el cierre precoz de una o más suturas restringe la expansión del cráneo en dirección perpendicular a la(s) sutura(s) cerrada(s) y produce un crecimiento compensatorio en la dirección de las suturas que se encuentran abiertas. Este proceso anormal altera severamente la forma del cráneo e incrementa significativamente la probabilidad de deficiencias cognitivas, así como discapacidades de lenguaje y de aprendizaje en infantes afectados. Actualmente, el único tratamiento efectivo para la craneosinostosis es el remodelado quirúrgico del cráneo, que típicamente se efectúa durante las primeras semanas de vida.

La craneosinostosis primaria es la forma más común de craneosinostosis. Se presenta con una prevalencia de aproximadamente 1 en 2,500 nacimientos [18]. La incidencia de craneosinostosis en México no ha sido caracterizada a la fecha, pero no es infrecuente encontrar casos severos en la práctica clínica. Las sinostosis de las suturas sagital, unilateral coronal y metópica se presentan con mayor frecuencia [29]. Comúnmente, la presencia de la sutura fusionada y su efecto en la morfología craneal se estudian por medio de técnicas de imagenología médica, típicamente tomografía computarizada. En la práctica médica, la evaluación es de carácter descriptivo y está basada esencialmente en la inspección visual subjetiva de las imágenes de TC [18]. Algunos cráneos de infantes afectados por craneosinostosis primaria se muestran en las imágenes de la Figura 3.

La craneosinostosis primaria y sus efectos negativos en el desarrollo neurofisiológico y social de individuos afectados representan una importante área de investigación e intervención clínica para pediatras, radiólogos y sicólogos especialistas [16]. La craneosinostosis primaria es un defecto de nacimiento relativamente común que se presenta con frecuencia en instituciones hospitalarias y centros de atención neonatal. Desafortunadamente, el desarrollo de métodos preventivos y terapias novedosas para tratar la craneosinostosis ha sido limitado por la franca carencia de métodos cuantitativos efectivos para caracterizar la forma del cráneo y estudiar su posible asociación con otras variables biológicas y fisiológicas de interés en la medicina craneofacial.

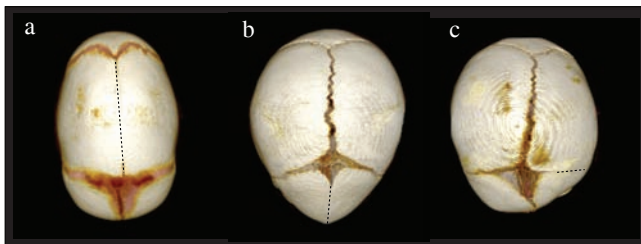


Figura 3: Reconstrucciones volumétricas de cráneos afectados por craneosinostosis primaria de las suturas a) sagital, b) metópica y c) coronal derecha. Las suturas fusionadas se marcan con una línea punteada.

Los mecanismos causales que explican la relación que existe en-

tre la craneosinostosis primaria y el estado neurofisiológico de niños afectados aún no han sido establecidos claramente. Formulaciones clínicas sugieren que existe una línea causal directa en la que una mutación genética (aún no especificada) produce deficiencias cerebrales que no están necesariamente asociadas con la morfología craneal [1]; esto es, la fusión temprana de la sutura es considerada un síntoma. La hipótesis alternativa (usualmente llamada hipótesis de deformación secundaria) sugiere que el crecimiento del cerebro dentro de un cráneo malformado impide el desarrollo normal de las estructuras cerebrales [16].

La capacidad para *clasificar* eficazmente la forma de cráneos afectados por craneosinostosis es un paso importante en el desarrollo de métodos para caracterizar la anatomía craneal [19], probar la validez de las hipótesis que describen las causas probables del padecimiento, y desarrollar técnicas novedosas de tratamiento y prevención.

Existen varias metodologías para caracterizar cráneos afectados por craneosinostosis primaria en el contexto de una tarea de clasificación. Por ejemplo, Richtsmeier y sus colaboradores han utilizado análisis de matrices de distancia Euclidiana (EDMA por sus siglas en inglés), técnicas de vecino más cercano y de máxima verosimilitud para construir clasificadores que producen tasas de error en el rango del 18 – 32 % [19]. Recientemente, hemos propuesto varios métodos para clasificar cráneos sinostóticos que permiten disminuir las tasas de error al rango del 6 – 10 % [20]. El requerimiento más importante de todas estas técnicas es el desarrollo de *descriptores de forma* que permitan construir clasificadores eficaces que sean capaces de generalizar (es decir, clasificar correctamente datos nunca antes vistos [28]).

Si bien los descriptores de forma craneal que se han propuesto recientemente en la literatura permiten construir clasificadores que alcanzan tasas de error razonables, no están exentos de limitaciones que dificultan su utilización en investigaciones relacionadas con la craneosinostosis. Por ejemplo, los *índices de severidad* propuestos en [24] y [27] sólo permiten distinguir entre clases específicas de craneosinostosis (sagital o metópica) y cráneos normales. El *espectro craneal* desarrollado en [25] es un descriptor de forma que se expresa como un vector, cuya dimensionalidad ($\sim 10^2 - 10^3$) dificulta la construcción de clasificadores capaces de generalizar adecuadamente y al mismo tiempo, generar tasas razonables de error. Un problema similar ocurre con las *imágenes craneales* desarrolladas en [24]. Las técnicas que presentamos en [20] se llaman descriptores simbólicos de forma a partir de un modelo probabilístico. Los parámetros del modelo, que frecuentemente se estiman por medio de un método de máxima verosimilitud, corresponden a los descriptores simbólicos.

En general, los parámetros calculados con esta metodología corresponden a soluciones locales de un problema de optimización [15]. Los resultados obtenidos en [20] sugieren que la no unicidad de la solución del problema no afecta las tasas de error de clasificación (que son del orden del 6 %); sin embargo, sí limitan considerablemente su aplicación en el estudio de las relaciones que existen entre la forma del cráneo y el estado neurofisiológico del infante afectado [26].

3. Metodología

Las ideas básicas de nuestra propuesta metodológica para caracterizar malformaciones causadas por craneosinostosis se pueden describir concretamente en el contexto de una tarea de clasificación de cráneos. Específicamente, dada una muestra poblacional (*conjunto*

de entrenamiento) de cráneos afectados por craneosinostosis y cráneos de sujetos sanos, se desea construir un conjunto de *descriptores simbólicos de forma* y una *función de clasificación* que utiliza a los descriptores para predecir, correctamente, la clase (*sagital, metópica, unicoronal* o *control normal*) de un cráneo nunca antes visto (*conjunto de prueba*). Suponemos que la forma de los cráneos está codificada en términos de imágenes 3-D de tomografía computarizada.



Figura 4: Los descriptores de forma presentados en este trabajo se calculan a partir de tres imágenes de tomografía computarizada que se seleccionan en términos de referencias anatómicas bien definidas. El plano A se localiza en la parte superior del ventrículo lateral, el plano F, en la Foramina de Munro y el plano M, al nivel de la dimensión mayor del cuarto ventrículo. NS corresponde a la sutura nasal frontal y O el opsithion. Los ventrículos cerebrales segmentados se muestran en color azul.

3.1. Muestra poblacional

La muestra poblacional que utilizamos en este trabajo contiene 120 estudios tridimensionales completos de TC del cráneo de infantes que padecen craneosinostosis simple y 50 estudios de pacientes cuyo cráneo no presenta ninguna anomalía. Las reconstrucciones tridimensionales del cráneo se generaron con una computadora especializada. La muestra también incluye mediciones del estado neurofisiológico de los pacientes afectados por craneosinostosis. Las mediciones fueron registradas antes de la cirugía reconstructiva para corregir la forma del cráneo. Los estudios de tomografía provienen de una base de datos del Children's National Medical Center, Washington D.C.

Cuantificación del estado neurofisiológico

La Escala de Bayley de Desarrollo Infantil, segunda edición (BSIC-II) se utilizó para cuantificar el estado neurofisiológico en niños menores de 30 meses de edad que padecen craneosinostosis primaria. La BSIC-II es una prueba diseñada para determinar si un niño se desarrolla mental y físicamente en los tiempos esperados, con el objeto de aplicar terapias correctivas en el caso de que el infante presente retrasos inesperados [30]. La prueba provee diferentes índices numéricos normalizados de desarrollo mental y psicomotor: el Índice de Desarrollo Mental (IDM) y el Índice de Desarrollo Psicomotor (IDP). El IDM se utiliza para evaluar la capacidad sensorial y perceptual, la memoria, el aprendizaje y la capacidad para resolver problemas. El IDP evalúa el grado de control motor y la coordinación de músculos mayores. La escala de Bayley es la herramienta usada con más frecuencia para la investigación de la psicología del desarrollo infantil.

3.2. Imágenes de tomografía computarizada

En este trabajo, los descriptores de forma para el análisis de malformaciones craneales fueron calculados a partir de imágenes de tomografía computarizada. Con el objeto de estandarizar todas

las mediciones, se utilizan vistas laterales calibradas de reconstrucciones tridimensionales del cráneo. Se seleccionan tres planos de análisis definidos por medio de referencias anatómicas localizadas en estructuras cerebrales bien establecidas. Los planos se trazan en forma paralela a la base del cráneo, definida en la parte anterior en términos de la sutura nasal frontal y el opsithion, en la parte posterior. Los planos A, F y M, se muestran en la Fig. 4. El plano A se localiza en la parte superior del ventrículo lateral, el plano F, en la Foramina de Munro y el plano M, al nivel de la dimensión mayor del cuarto ventrículo. Técnicas de segmentación e interpolación con funciones spline permiten la extracción de siluetas orientadas del cráneo al nivel de estos tres planos (Fig. 5a y b). Cada silueta S está representada como un conjunto de vértices que tienen coordenadas $\{x(n), y(n), n = 0, 1, \dots, N - 1\}$, donde $N = 200$. En este estudio, las siluetas se consideran orientadas en la dirección contraria a las manecillas del reloj [23].

3.3. Descriptores numéricos de forma

Los descriptores numéricos de forma que se describen a continuación serán utilizados como referencia para evaluar el desempeño de los descriptores simbólicos que se presentan en este trabajo.

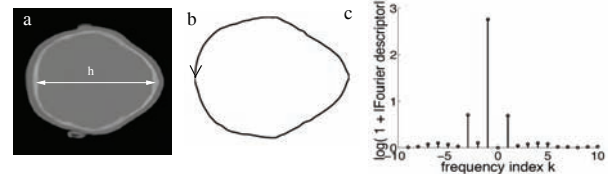


Figura 5: a) Imagen de tomografía computarizada del cráneo a nivel del plano A de un paciente afectado por craneosinostosis metópica. b) Silueta del cráneo orientada en la dirección contraria a las manecillas del reloj. c) Veintiún componentes del descriptor de Fourier correspondiente. h es la longitud del cráneo en el plano A.

1) *Descriptores de Fourier* [23]. Dada una silueta representada por N vértices, se puede construir una sucesión compleja $z(n) = x(n) + iy(n)$. Recorriendo la silueta en la dirección contraria a las manecillas del reloj, es evidente que $z(n)$ es una función periódica de período N . La serie de Fourier de $z(n)$ se puede obtener como la transformada discreta de Fourier $Z(k)$ calculada en un período de la función. El *descriptor de Fourier* de $z(n)$ es un vector de N dimensiones que se obtiene de $Z(k)$ tomando $Z(0) = 0$, con el objeto de hacer el descriptor independiente de la posición, y dividiendo los coeficientes restantes por $|Z(1)|$, con el propósito de normalizar el tamaño (Figura 5c). En este trabajo calculamos los descriptores de Fourier para siluetas de los $L = 3$ planos A, F, y M y los concatenamos para formar un descriptor único de tamaño $O(LN)$.

2) *La imagen craneal (IC)* es una representación matricial que almacena las distancias (normalizadas por la longitud de la cabeza) entre los N vértices de una silueta orientada [24]. La Figura 6c muestra la imagen craneal de la silueta en la parte a) de la figura. Nótese que la componente (i, j) de la matriz almacena la distancia que existe entre el vértice i y el vértice j de la silueta. Nótese también que la selección del primer vértice está definida por la ubicación de la sutura metópica del cráneo [20][23]. La IC puede construirse para una silueta como se muestra en la Figura 6. También se puede construir para las siluetas de los planos A, F y M (es decir una sola IC para las $L = 3$ siluetas). La dimensionalidad de la IC es del orden $O(N^2L^2)$. Obsérvese que una IC contiene un total de $N(N - 1)/2$ parámetros

libres cuyos valores son independiente de las coordenadas en las que se representa la silueta orientada.

3) *El contexto de forma* es un descriptor de forma que ha sido utilizado muy exitosamente para discriminar y clasificar objetos representados por siluetas [4]. El contexto de forma es un descriptor que permite medir la similitud entre dos formas con el objeto de calcular correspondencias de puntos. La idea básica de esta metodología es seleccionar n puntos correspondientes a los vértices de una silueta. Para cada punto seleccionado p_i , se consideran los $n - 1$ vectores que se obtienen al conectar el punto p_i con todos los demás puntos seleccionados. El conjunto de todos estos vectores corresponde a una representación muy rica de la forma localizada en el punto de interés [4]. La metodología para construir contextos de forma se describe detalladamente en [4].

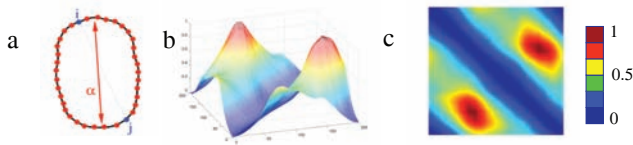


Figura 6: a) Silueta orientada de un cráneo afectado por craneosinostosis sagital. b) Imagen craneal de la silueta orientada representada como una función. c) Imagen craneal representada como una imagen (matriz de distancias normalizadas entre vértices). α corresponde a la longitud de la cabeza (constante de normalización) en el plano A.

Reducción de dimensionalidad de descriptores numéricos

Con el objeto de construir clasificadores de malformaciones craneales, es indispensable reducir la dimensionalidad de los descriptores descritos en las secciones previas. En general, la dimensionalidad de los descriptores de forma debe de ser mucho menor al número de datos disponibles, de tal manera que los clasificadores tengan una mayor probabilidad de generalizar correctamente [28]. En este estudio utilizamos análisis de componentes principales (PCA, por sus siglas en inglés) y proyecciones aleatorias (PA), para construir descriptores numéricos que se expresan en forma de vectores de 10 dimensiones.

El análisis en componentes principales y las proyecciones aleatorias son técnicas estándar para reducir la dimensionalidad de datos numéricos. Si bien es cierto que el análisis por componentes principales ha sido exitosamente utilizado en una gran variedad de aplicaciones, el método de las proyecciones aleatorias ha emergido como un método alternativo poderoso que ofrece muchos beneficios para conjuntos de datos que no pueden modelarse apropiadamente con una distribución normal multivariable [7]. Con una proyección aleatoria, datos de alta dimensionalidad son proyectados a un espacio de dimensionalidad menor utilizando una matriz aleatoria cuyas columnas forman vectores ortonormales. Específicamente, una proyección aleatoria de n dimensiones a d dimensiones se representa por una matriz de dimensión $d \times n$ que se puede generar utilizando el algoritmo siguiente: a) Fórmese una matriz de $n \times n$ elementos, cuyas entradas son independientes, idénticamente distribuidas de acuerdo a una distribución normal de media cero y desviación estandar uno. b) Genérese un conjunto ortonormal de d vectores por medio del algoritmo de Gram-Schmidt [13], utilizando como entrada los renglones de la matriz previamente calculada [7].

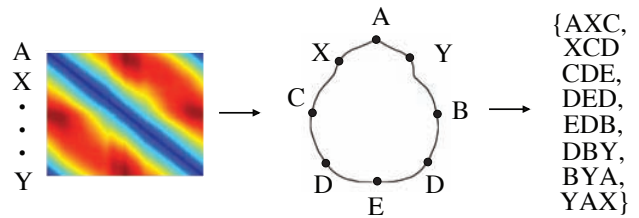


Figura 7: Los atributos numéricos asociados a los vértices de una silueta se utilizan para asignar símbolos. Un algoritmo predefinido se utiliza para formar palabras. El grupo de palabras de una silueta constituye la representación en *bolsa de palabras* de la misma, o *silueta simbólica*.

3.4. Descriptores simbólicos de forma

Los descriptores simbólicos que presentamos en [20] fueron motivados por las limitaciones de los descriptores numéricos para entrenar clasificadores que simultáneamente generalizan y producen tasas bajas de error de clasificación. La idea básica de los descriptores simbólicos consiste en asignar etiquetas a los vértices del conjunto de siluetas orientadas que representan la forma del cráneo (Fig. 7). Los símbolos se asignan con base en los atributos numéricos (los renglones de las imágenes craneales) asociados a los vértices de las siluetas, por medio de un algoritmo de *k-medias* [23]. El número de grupos k generados por este algoritmo es un parámetro que se calcula con los métodos que se describen en la sección 3.5. Los símbolos de cada silueta se agrupan de acuerdo a un algoritmo previamente definido para formar palabras [20]. De esta manera, cada silueta se representa como un conjunto o “bolsa de palabras” [15] que describe los aspectos relevantes de la geometría de la silueta. Esta representación de una forma craneal se denomina *silueta simbólica* (Fig. 7). Nótese que una misma palabra puede repetirse varias veces en la misma silueta simbólica.

El conjunto de W palabras diferentes asociadas a las siluetas simbólicas de un grupo de cráneos, forman el llamado *vocabulario* V de palabras. En la Fig. 8 se muestra la *matriz de concurrencia* de palabras para dos grupos de siluetas simbólicas (sagitales y normales). La imagen de la figura corresponde esencialmente a un histograma que indica la frecuencia con la que una palabra aparece en una silueta específica. Las distribuciones de palabras mostradas en la figura distinguen claramente las dos clases involucradas.

Los estudios realizados en [20] sugieren que las siluetas simbólicas son capaces de discriminar los tres tipos principales de craneosinostosis primaria y cráneos normales; sin embargo, el número de palabras de un conjunto de siluetas simbólicas es del orden de 10,000. Para poder utilizar esta representación en una tarea de clasificación, es necesario aplicar un método de reducción de dimensionalidad. En [20] utilizamos el modelo *PLSA* (probabilistic latent semantic analysis, por sus siglas en inglés) propuesto en [15], cuyos parámetros modelan la distribución de palabras de cada silueta simbólica. A estos parámetros los llamamos *descriptores simbólicos* de forma en [20]. El modelo *PLSA* permite reducir significativamente la dimensionalidad. Sin embargo, su aplicación en investigaciones en craneosinostosis (más allá de una tarea de clasificación) está seriamente limitada porque la solución del modelo (es decir los descriptores simbólicos de forma) no es única. Diferentes corridas de un algoritmo de estimación de parámetros generalmente produce descriptores diferentes. El modelo *PLSA* también sufre de serios problemas de sobreestimación de parámetros [3]. Por estas razones, en este trabajo utilizamos un modelo generativo alternativo conocido como *Latent Dirichlet Allocation* [14], para calcular los descriptores simbólicos

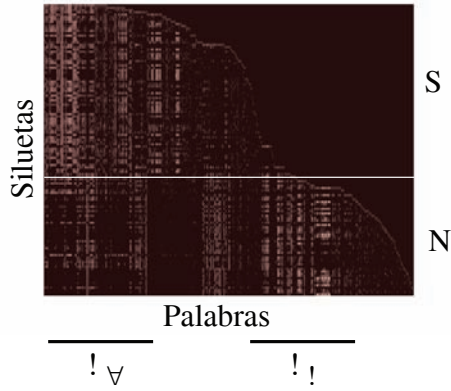


Figura 8: Matriz de concurrencia de palabras (representada como una imagen) para grupos de siluetas correspondientes a cráneos afectados por craneosinostosis sagital (S) y cráneos normales (N). Note que la distribución de palabras para las dos clases de siluetas en los intervalos δ_1 y δ_2 son marcadamente diferentes. El número total de palabras (no mostrado en la figura) es del orden de 10,000.

que se presentan en este trabajo. El cálculo se describe a continuación.

Cálculo de los descriptores simbólicos de forma

El algoritmo para construir los descriptores simbólicos de forma es como sigue: La entrada es un conjunto de formas craneales de entrenamiento $\{S_1, \dots, S_M\}$ y una forma craneal de prueba S_{M+1} . Sea \mathcal{S} el conjunto $\{S_1, \dots, S_D\}$, en donde $D = M + 1$. La salida es el conjunto de descriptores simbólicos $\{\Theta_1, \dots, \Theta_D\}$, en donde $\Theta_i = (\Theta_{i1}, \dots, \Theta_{iK})$, y K es un parámetro que se definirá posteriormente. Suponemos que cada forma $S_i \in \mathcal{S}$ está representada por L siluetas orientadas que han sido discretizadas en N vértices espaciados uniformemente. Con el objeto de simplificar la presentación del método y sin pérdida de generalidad, asumimos que $L = 1$. Los pasos a seguir son:

1. Calcular las imágenes craneales de las formas en \mathcal{S} .
2. Asignar etiquetas simbólicas a todos los vértices de las formas en \mathcal{S} . Las etiquetas son asignadas aplicando el algoritmo de agrupación k -medias a los renglones de las imágenes craneales calculadas en el paso anterior [8]. El número k de grupos (i.e. el número de etiquetas posibles) se especifica por el usuario en este paso. Los vértices de las siluetas orientadas se nombran de acuerdo a la etiqueta asignada a los renglones correspondientes de las ICs. Una silueta cuyos vertices han sido etiquetados se denomina *silueta simbólica de forma* (Figura 7).
3. Utilizar los centros calculados por el algoritmo de k -medias calculados en el paso anterior y un algoritmo de vecino más cercano para asignar etiquetas a los vértices de la forma de prueba S_{M+1} .
4. Calcular códigos de palabras a partir de la representación en siluetas simbólicas correspondientes a las formas en \mathcal{S} . Específicamente, las etiquetas asociadas a los vértices pueden utilizarse para construir *códigos de palabras*. El tamaño de las palabras se fija en el intervalo $1 \leq W_s \leq N$. Por ejemplo, cuando $W_s = 3$, cada palabra tiene tres etiquetas. Un ejemplo sencillo ilustra el proceso de generación de los códigos de palabras. Sea $XCDEDBYA$ la cadena de caracteres que representa el silueta simbólica de la Figura 7, en donde $N = 8$.

Utilizamos letras mayúsculas como las etiquetas y hacemos que $W_s = 3$. Los códigos de palabras correspondientes son $\{AXC, XCD, CDE, DED, EDB, DBY, BYA, YAX\}$.

5. Crear un diccionario de códigos de palabras asociados a las siluetas simbólicas de las formas en \mathcal{S} . El número de palabras en el diccionario se denota como W .
6. Calcular la matriz de concurrencia de palabras n_{ji} , cuya dimensión es $D \times W$ y almacena el número de veces el i -ésimo código de palabra específico aparece en el silueta simbólica asociado con $S_j \in \mathcal{S}$ (Figura 8).
7. Para cada $S_j \in \mathcal{S}$ calcular el descriptor simbólico de forma

$$\Theta_j = (\Theta_{j1}, \dots, \Theta_{jK})$$

aplicando el modelo generativo *LDA* a la matriz de coocurrencia n .

Nuevos descriptores simbólicos basados en modelo bayesiano jerárquico LDA

En este trabajo adaptamos un modelo bayesiano propuesto en [14] para analizar textos, con el objetivo de construir nuevos descriptores simbólicos de forma que superan las limitaciones metodológicas de los descriptores numéricos y simbólicos mencionados en las secciones previas. El modelo se describe brevemente en esta sección. Invitamos al lector interesado a consultar [14] en donde encontrará una descripción detallada.

El modelo bayesiano jerárquico representa las siluetas simbólicas de los cráneos como mezclas probabilísticas de tópicos. Un tópico se define como una distribución multinomial sobre el vocabulario de palabras de un silueta. Es decir, el k -ésimo tópico está asociado a los parámetros de una distribución multinomial $\phi_k = \{\phi_{kw}\}$, en donde w es el índice de las palabras en el vocabulario. Para generar una silueta simbólica S_j con el modelo, primero se calculan las proporciones de la mezcla $\theta_j = \{\theta_{jk}\}$ para los K tópicos. Para la i -ésima palabra de S_j , se selecciona un tópico z_{ij} con probabilidad θ_{jk} . Una vez que el tópico ha sido seleccionado, la palabra x_{ij} se selecciona del tópico z_{ij} , de tal manera que $x_{ij} = V(w)$ con probabilidad ϕ_{kw} , en donde $V(w)$ es la w -ésima palabra del vocabulario. El problema a resolver consiste en estimar $\mathbf{z} = \{z_{ij}\}$, $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_k\}$, $\boldsymbol{\phi} = \{\phi_k\}$, dados K y $\mathbf{x} = \{x_{ij}\}$, en donde $i = 1, \dots, N_j$; $w = 1, \dots, W$; e $j = 1, \dots, D$. N_j es el número de palabras de la j -ésima silueta y D es el número total de siluetas simbólicas de la muestra poblacional. Los descriptores simbólicos de este modelo se definen como

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_j = \{\hat{\theta}_{j1}, \dots, \hat{\theta}_{jK}\}, \quad (1)$$

en donde $\hat{\theta}_{jk}$ es una estimación de θ_{jk} . Los descriptores simbólicos para una silueta simbólica se definen así como una distribución de probabilidad sobre los K tópicos.

Para hacer el problema de estimación tratable, se asume que las distribuciones de tópicos y palabras corresponden a distribuciones simétricas de Dirichlet con parámetros de concentración α y β , respectivamente. Suponiendo que α y β son conocidas, la distribución conjunta de todos los parámetros y variables del modelo está dada por

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi} | \alpha, \beta; K) = \left[\prod_{j=1}^D \frac{\Gamma(K\alpha)}{\Gamma(\alpha)^K} \prod_{k=1}^K \theta_{jk}^{n_{jk} + \alpha - 1} \right] \left[\prod_{k=1}^K \frac{\Gamma(W\beta)}{\Gamma(\beta)^W} \prod_{w=1}^W \phi_{kw}^{n_{kw} + \beta - 1} \right], \quad (2)$$

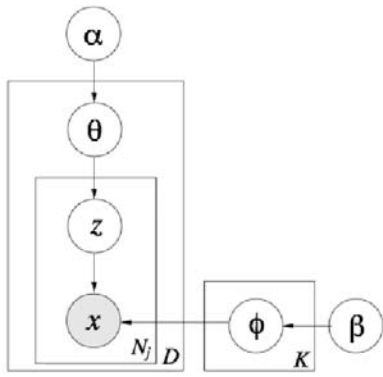


Figura 9: Representación gráfica del modelo jerárquico utilizado para calcular los nuevos descriptores simbólicos de forma.

en donde Γ es la función gamma, $n_{jkw} = \#\{i : x_{ij} = w, z_{ij} = k\}$, y el punto significa la sumatoria sobre el índice correspondiente: $n_{.kw} = \sum_j n_{jkw}$, y $n_{jk} = \sum_w n_{jkw}$. La representación gráfica de este modelo se muestra en la Fig. 9.

Para estimar los parámetros modelo utilizamos una técnica Monte Carlo de integración basada en un muestreador de Gibbs colapsado [11]. La idea básica de esta metodología es construir una cadena de Markov que converge a la distribución posterior de z , a partir de la cual se pueden inferir θ y ϕ . Para ello es necesario calcular la distribución condicional $p(z_{ij} = k | z^{-ij}, \mathbf{x}; K)$ donde $-ij$ indica que las variables o cuentas x_{ij} y z_{ij} han sido excluidas. Esta distribución se puede calcular en dos pasos. Primero, la distribución marginal $p(\mathbf{x}, z | \alpha, \beta; K)$ se obtiene marginalizando θ y ϕ en (2) por medio de técnicas de análisis conjugado [2]. El resultado es la distribución marginal colapsada de \mathbf{x} y z :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}, z | \alpha, \beta; K) &= \prod_{k=1}^K \frac{\Gamma(W\beta)}{\Gamma(n_{.k} + W\beta)} \prod_{w=1}^W \frac{\Gamma(n_{.kw} + \beta)}{\Gamma(\beta)} \\ &\times \prod_{j=1}^D \frac{\Gamma(K\alpha)}{\Gamma(n_{j.} + K\alpha)} \prod_{k=1}^K \frac{\Gamma(n_{jk} + \alpha)}{\Gamma(\alpha)} \quad (3) \\ &= p(\mathbf{x} | z; K) \times p(z; K) \end{aligned}$$

Segundo, la cancelación de términos (3) da el resultado deseado

$$p(z_{ij} = k | z^{-ij}, \mathbf{x}, \alpha, \beta; K) = \frac{n_{.kw} + \beta}{n_{.k} + W\beta} \cdot \frac{n_{jk} + \alpha}{n_{j.} + K\alpha}. \quad (4)$$

Habiendo obtenido la distribución condicional en (4), el algoritmo de muestreo de Gibbs es simple. Las variables z_{ij} se inicializan con valores en $\{1, \dots, K\}$ para establecer el estado inicial de la cadena de Markov. Se ejecutan entonces varias iteraciones de la cadena para encontrar un nuevo estado. Esto se realiza muestreando valores de la distribución en (4). Después de haber ejecutado suficientes iteraciones con el objeto de aproximar la distribución objetivo, se almacenan los valores z_{ij} . Muestras adicionales se pueden obtener ejecutando nuevas iteraciones de la cadena y almacenando nuevos valores de z_{ij} . Los valores se almacenan después de un cierto número de iteraciones con el objeto de asegurar que la autocorrelación entre las muestras es despreciable [11]. Los valores predictivos de θ y ϕ dados z y \mathbf{x} se pueden estimar a partir de las muestras de la cadena

utilizando las ecuaciones:

$$\hat{\theta}_{jk} = \frac{n_{jk} + \alpha}{n_{j.} + K\alpha} \quad (5)$$

$$\hat{\phi}_{kw} = \frac{n_{.kw} + \beta}{n_{.k} + W\beta}. \quad (6)$$

La ecuación (5) permite el cálculo de los descriptores simbólicos de la ecuación (1). Nótese que a partir de (4) se infiere que $p(z_{ij} = k | z^{-ij}, \mathbf{x}) \propto (n_{.kw} + \beta)(n_{j.} + W\beta)(n_{jk} + \alpha)$; consecuentemente, z_{ij} depende de z^{-ij} sólo a través de $n_{.kw}$, $n_{j.}$ y n_{jk} . Es decir, la dependencia de z_{ij} y cualquier otra variable $z_{i'j'}$ es muy débil para conjuntos grandes de datos. Por esta razón, es razonable pensar que el algoritmo de muestreo colapsado de Gibbs converge rápidamente [14].

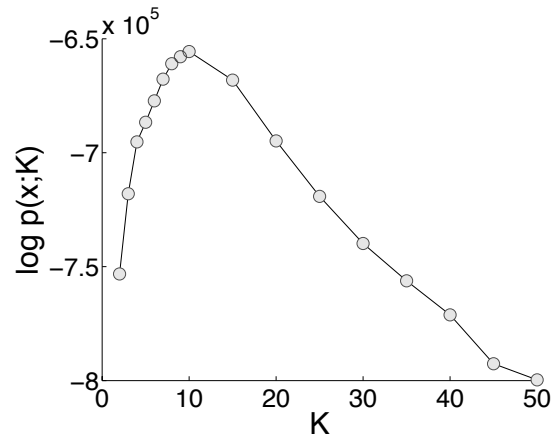


Figura 10: Logaritmo de la verosimilitud como una función del número K de tópicos con $\alpha = 50$ y $\beta = 1$, calculada para una matriz de co-ocurrencia similar a la de la Figura 8. La matriz incluye las cinco clases de cráneos de la muestra poblacional. El error estándar de los puntos calculados es menor que el tamaño de los símbolos sombreados.

Los parámetros $\hat{\theta}_{jk}$ obtenidos con la técnica descrita dependen de α , β y K . Siguiendo la estrategia descrita en [14], fijamos los valores de α y β y exploramos las consecuencias de variar K . Dados α y β , el problema de encontrar la K más apropiada es un problema de selección del modelo que resolvemos estimando la verosimilitud de $p(\mathbf{x}; K)$, por medio de la media armónica de un conjunto de valores $p(\mathbf{x} | z; K)$ [14], cuando z se muestrea a partir de la posterior $p(z | \mathbf{x}; K)$:

$$p(\mathbf{x} | K) = \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m p(\mathbf{x} | z^{(i)}; K)^{-1} \right]^{-1}.$$

La Fig. 10 muestra el logaritmo de la verosimilitud como una función del número K de tópicos con $\alpha = 50$ and $\beta = 1$. La función fue calculada para modelar una matriz de co-ocurrencia similar a la de la Fig. 8, que incluye a cuatro clases de cráneos de la muestra poblacional: sagital, metópica, unicoronal y normal. El máximo de la función se encuentra en $K = 10$ tópicos.

El modelo bayesiano descrito es una generalización del modelo PLSA [18]. Posee ventajas importantes que lo hacen atractivo para generar descriptores simbólicos en el contexto de investigaciones en craneosinostosis. Primero, permite el cálculo de una solución que corresponde al promedio de las soluciones locales de la función de

verosimilitud del problema. Segundo, se ha mostrado en [18] que este modelo no tiene el problema de sobreestimación de parámetros como ocurre con el modelo PLSA. Y finalmente, pruebas iniciales de clasificación que hemos realizado con este modelo sugieren que las tasas de error de clasificación promedio son menores a las tasas obtenidas con clasificadores entrenados con descriptores derivados del modelo PLSA y descriptores numéricos. Las tasas de reducción de dimensionalidad son similares a las que se obtienen con el PLSA ($\sim 60 : 1$).

3.5. Modelos de clasificación y validación estadística

Los clasificadores de las formas craneales se construyen por medio de máquinas de soporte vectorial tipo ν (ν -SVMs, por sus siglas en inglés) entrenadas con los descriptores simbólicos de la ecuación (1). Todos los parámetros libres del modelo (incluyendo k , α , β , ν) se calculan utilizando métodos de validación cruzada con el objetivo de minimizar las tasas LOO (leave-one-out) de error de clasificación [28]. Las SVMs serán construidas con núcleos lineales y no lineales (Cuadro 1) derivados de métricas hilbertianas [6]. El nivel de significancia estadística de los resultados de clasificación y regresión se calculan con una prueba de permutación [12].

Lineal	$k_L(\theta_m, \theta_n) = \sum_{j=1}^K \theta_{mj} \theta_{nj}$
Esférico	$k_S(\theta_m, \theta_n) = \sum_{j=1}^K \sqrt{\theta_{mj}} \sqrt{\theta_{nj}}$
Variación total	$k_{VT}(\theta_m, \theta_n) = \sum_{j=1}^K \theta_{mj} - \theta_{nj} $
Hellinger	$k_{H_1}(\theta_m, \theta_n) = \sum_{j=1}^K \sqrt{\theta_{mj}} - \sqrt{\theta_{nj}} $
Hellinger modificado	$k_{H_2}(\theta_m, \theta_n) = \sum_{j=1}^K \sqrt{\theta_{mj}} - \sqrt{\theta_{nj}} ^2$
χ^2	$k_{\chi^2}(\theta_m, \theta_n) = \sum_{j=1}^K (\theta_{mj} - \theta_{nj})^2 / (\theta_{mj} + \theta_{nj})$
Gaussiano	$k_G(\theta_m, \theta_n) = \exp(-\gamma \ \theta_n - \theta_m\ ^2)$
Gaussiano modificado	$k_{G,J}(\theta_m, \theta_n) = \exp(-\gamma k_J(\theta_m, \theta_n)), J \in \{VT, H_1, H_2, \chi^2\}$

Cuadro 1: Funciones de núcleo utilizadas para construir las funciones de clasificación con máquinas de soporte vectorial (ν -SVMs).

4. Resultados

Llevamos al cabo un análisis comparativo del desempeño de clasificación entre los descriptores numéricos de dimensionalidad reducida, los descriptores simbólicos que utilizan el modelo generativo PLSA y los nuevos descriptores simbólicos derivados del modelo LDA. Los descriptores de Fourier (DF) se construyeron a partir de siluetas orientadas compuestas por $N = 200$ vértices. Las siluetas fueran calculadas en los niveles A, F y M de las imágenes de TC; esto es se seleccionó $L = 3$. La dimensión del descriptor numérico resultante para cada silueta fue de 600. Para reducir la dimensionalidad, aplicamos PCA (DF-PCA) o proyecciones (FD-PR) con el objeto de alcanzar una tasa de reducción de 60 : 1. En general, las tasas promedio de clasificación para DF-PCA y DF-PR fueron de 15,38 % y 19,78 %, respectivamente.

También comparamos el desempeño de los descriptores simbólicos de forma (basados en PLSA o LDA) utilizando funciones de clasificación (ν -SVMs) que utilizan los diferentes tipos de funciones de núcleo que se muestran en la Cuadro 1. Cada uno de los experimentos de clasificación que se llevó a cabo fue nombrado de acuerdo al tipo del modelo generativo utilizado (LDA o PLSA) para generar los descriptores simbólicos, así como el tipo de núcleo utilizado por la función de clasificación ν -SVM. Por ejemplo, los experimentos de clasificación que se llevaron al cabo con descriptores simbólicos del

	DF-PCA			DF-RP		
	S	M	C	S	M	C
S	93.4	2.63	5.66	95.6	0	5.66
M	2.2	60.53	86.79	1.1	55.26	13.21
C	4.4	36.8	86.79	3.3	34.21	71.7
	LDA- k_L			LDA- k_S		
	S	M	C	S	M	C
S	96.7	0	5.66	95.6	0	1.89
M	2.2	94.74	1.89	3.3	94.74	3.77
C	1.1	5.26	92.46	1.1	5.26	94.34
	PLSA- k_L			PLSA- k_S		
	S	M	C	S	M	C
S	95.6	0	5.66	96.7	0	3.77
M	2.2	94.74	1.89	2.2	94.74	3.78
C	2.2	5.26	92.45	1.1	5.26	92.45

Cuadro 2: Matrices de confusión (%) para DF-PCA, DF-RP, LDA- k_L , LDA- k_S , PLSA- k_L y PLSA- k_S . Llave: sagital (S), metópico (M), control (C).

tipo LDA y una ν -SVMs que utiliza un núcleo lineal se identifican como experimentos LDA- k_L .

Todos los descriptores simbólicos calculados correspondieron a vectores de $K = 10$ dimensiones. Este valor se eligió utilizando las técnicas de selección de modelo que se describieron en la sección 3.4 (Figura 10).

Las matrices de confusión para los algoritmos DF-PCA, DF-RP, LDA- k_L , LDA- k_S , PLSA- k_L y PLSA- k_S (Cuadro 2) sugieren que el desempeño de los descriptores simbólicos es superior al de los descriptores numéricos. En general el desempeño de los descriptores simbólicos basados en LDA es similar al de los descriptores basados en PLSA. Las tasas de clasificación para funciones que utilizan el núcleo esférico k_S produce resultados comparables a aquellos obtenidos con núcleos lineales k_L .

Experimentos adicionales no mostrados sugirieron que los descriptores simbólicos pueden alcanzar tasas de reducción de dimensionalidad de 75:1 y 85:1, manteniendo errores de clasificación similares a los de la Cuadro 2. A estos niveles de reducción, los descriptores DF-PCA y DF-PA deterioran dramáticamente su desempeño de clasificación.

Los experimentos de clasificación con descriptores simbólicos que utilizan el modelo LDA incluyeron pruebas en las que se variaron los parámetros $\beta \in [1, 5]$ y $\alpha \in [1, 50]$. Los errores obtenidos con estos parámetros fueron comparables con aquellos que se reportan en la Cuadro 2. Los resultados de clasificación para las funciones que utilizan núcleos hilbertianos y gaussianos modificados se muestran en la Cuadro 3. Las tasas de clasificación son comparables a aquellas obtenidas con núcleos esféricos.

5. Discusión y conclusiones

La craneosinostosis primaria es una importante área de investigación que requiere la creación de nuevos métodos para caracterizar la anatomía craneal. El desarrollo de métodos cuantitativos para analizar el complejo craneofacial humano es crucial en el estudio de anomalías craneales, así como su relación con el estado neurofisiológico de individuos afectados. Un paso importante en esta dirección es el desarrollo de descriptores de forma que permiten la

	LDA- k_{H_1}			LDA- k_{GH_1}		
	S	M	C	S	M	C
S	92.31	2.2	5.49	96.7	2.10	1.10
M	0	89.47	10.53	2.63	89.47	7.89
C	3.77	3.77	92.45	1.89	3.77	94.34
	LDA- k_{H_2}			LDA- k_{GH_2}		
	S	M	C	S	M	C
S	91.21	8.79	0	96.7	2.20	1.10
M	0	92.11	7.89	0	94.74	5.26
C	1.89	5.66	92.45	3.77	3.77	92.45
	LDA- k_{TV}			LDA- k_{GTV}		
	S	M	C	S	M	C
S	93.41	2.2	4.4	95.6	2.20	2.20
M	0	89.47	10.53	0	94.74	5.26
C	5.66	1.89	92.45	5.66	1.89	92.45
	LDA- k_{χ^2}			LDA- $k_{G\chi^2}$		
	S	M	C	S	M	C
S	95.6	4.4	0	96.7	2.20	1.10
M	2.63	84.21	13.16	0	94.74	5.26
C	0	9.43	90.57	3.77	3.77	92.45

Cuadro 3: Matrices de confusión (%) para LDA y núcleos de la Cuadro 1 Llave: sagital (S), metópico (M), control (C).

clasificación de las malformaciones por craneosinostosis.

En este trabajo hemos comparado el desempeño de clasificación de descriptores simbólicos basados en los modelos generativos PLAS, LDA y descriptores numéricos que se utilizan tradicionalmente para cuantificar la forma de siluetas orientadas. Los descriptores simbólicos alcanzan tasas de error mucho menores que los descriptores numéricos a tasas de reducción de dimensionalidad de 60:1. Cabe destacar que los descriptores numéricos pueden alcanzar tasas similares de clasificación. Sin embargo, el incremento en desempeño de clasificación implica que la probabilidad de sobreestimación de parámetros del clasificador se incrementa significativamente. Destacamos también que no encontramos diferencias significativas en el desempeño de los algoritmos PCA y proyecciones aleatorias en la tarea de clasificación.

Los descriptores simbólicos basados en los modelos LDA y PLSA mostraron un desempeño similar en las tareas de clasificación. Sin embargo, existen varias razones por las cuales los descriptores basados en LDA ofrecen varias ventajas sobre los descriptores basados en PLSA.

El modelo PLSA se desarrolló originalmente para caracterizar el proceso generativo de documentos [15]. Ha sido usado exitosamente en las áreas de aprendizaje por computadora y reconocimiento de clases de objetos [9][10], análisis de escenas visuales [31] y clasificación de formas [20]. Sin embargo, este modelo tiene problemas serios con la sobreestimación de parámetros [3] [21].

En las aplicaciones concernientes a la investigación en craneosinostosis, el PLSA tiene limitaciones adicionales. Los parámetros del

modelo se calculan generalmente mediante métodos de máxima verosimilitud (como el algoritmo EM), que en general produce una solución que corresponde a un mínimo local (esto es, los descriptores simbólicos basados en PLSA corresponden a un extremo local de la función de verosimilitud). Diferentes corridas del algoritmo de estimación producen diferentes soluciones locales. Ésto se debe a que el algoritmo de estimación normalmente se inicializa con valores seleccionados al azar.

Si bien los resultados obtenidos en este trabajo sugieren que el desempeño de los descriptores simbólicos basados en modelo PLSA y aquellos basados en el modelo LDA es comparable, el uso del descriptores basados en LDA es el preferido para investigaciones en craneosinostosis. Los descriptores simbólicos de forma no solamente se utilizan para clasificar. También se utilizan para caracterizar posibles asociaciones (a través de modelos de regresión) entre la forma de cráneo y una diversidad de variables genéticas, fisiológicas o neurofisiológicas, que caracterizan el estado de salud de un paciente. Por esta razón sugerimos que los descriptores simbólicos basados en PLSA deben de examinarse cuidadosamente en sus aplicaciones en craneosinostosis.

El modelo LDA es un modelo generativo bien definido que generaliza correctamente nuevas formas simbólicas [3] y puede utilizarse para crear modelos de regresión. Nuestra implementación del modelo LDA utiliza un procedimiento Monte Carlo que provee parámetros del modelo que se calculan promediando sobre todas la soluciones locales de la función de verosimilitud [14], lo que evita que ocurra una sobreestimación de los parámetros como en el caso del modelo PLSA.

En este trabajo también analizamos la capacidad del algoritmo de *contexto de forma* [4]. Este algoritmo es difícil de aplicar en el problema que nos ocupa debido a que no es capaz de tratar directamente con múltiples siluetas orientadas para una sola forma craneal. El tamaño de los descriptores es $O(LNM)$ con $M \sim 10^2$. Si bien es posible adaptar este algoritmo para procesar siluetas múltiples, encontramos que su desempeño para caracterizar formas de manera simbólica es deficiente (datos no presentados).

Vale la pena mencionar que las tasas de error para un conjunto de cráneos afectados con craneosinostosis unicoronal fueron del orden del 30%. Nosotros creemos que esto se debe principalmente al número reducido de muestras que tenemos para caracterizar este tipo de malformación craneal (un total de 16 cráneos de infantes). Se requiere trabajo adicional para decidir si éste es un resultado significativo o solamente es una consecuencia relacionada con el tamaño de la muestra.

En síntesis, hemos presentado una metodología que utiliza un modelo bayesiano jerárquico para clasificar cráneos afectados por craneosinostosis. Llevamos a cabo un estudio comparativo con metodologías estándar publicadas con anterioridad y mostramos que el desempeño de los descriptores simbólicos de forma es superior al de los descriptores numéricos estándar. Los resultados que aquí presentamos deberán de confirmarse en el futuro con una base de datos mayor a la utilizada, y con aplicaciones que van más allá de la clasificación de cráneos.

Bibliografia

1. Arnaud, E., Renier, D., Marchac, D.: Prognosis for mental function in scaphocephaly. *Journal of Neurosurgery*, **83**(3), 476-479, 1995.
2. J. M. Bernardo and M.F.A. Smith, M. F. A. *Bayesian theory*. New York: Wiley 1994.
3. D. M. Blei, A. Y. Ng, M.I. Jordan. Latent Dirichlet Allocation. *Journal of Machine Learning Research*, 2003, pp 993-1022.
4. S. Bolognie, J. Malik, and J. Puzicha. Shape matching and object recognition using shape contexts. *IEEE Transactions on PAMI*, vol. 24, no. 24, 2002, pp 509-522.
5. M. M. Cohen and M.C. MacLean. *Craniosynostosis: Diagnosis, Evaluation, and Management*, 2nd Ed. Oxford: Oxford University Press; 2000.
6. M. Cuturi, and K. Fukunmizu. "Kernels on structured objects through nested histograms", NIPS, 2007.
7. S. Dasgupta, D.J. Hsu, and N. Verma. "A concentration theorem for projections", *Twenty-Second Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI)*, 2006.
8. R.O. Duda, P.E. Hart, and D.G. Stork. *Pattern Classification*. New York: John Wiley & Sons, 2001.
9. R. Fergus, P. Perona, and A. Zisserman. "A visual category filter for Google images". In *Proc. ECCV*. Springer, 2004.
10. R. Fergus, L. Fei-Fei, P. Perona, and A Zisserman. "Learning object categories from google's image search ". In *Tenth IEEE International Conference on Computer Vision*, vol. 2, 2005, pp 1816-1823.
11. W.R. Gilks, S. Richardson, and D. J. Spiegelhalter. *Markov Chain Monte Carlo in practice*. London: Chapman and Hall, 2005.
12. Golland P., Fischl, B.: Permutation test for classifiers: towards statistical significance in image-based studies. In *Proceedings of Information Processing in Medical Imaging (LNCS2732)*, 330-341, 2003.
13. G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 1996.
14. T. L. Griffiths and M. Steyvers. Finding scientific topics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 101, 2004, pp 5228-5235.
15. T. Hofmann, Unsupervised learning by probabilistic latent semantic analysis. *Machine Learning*, vol. 42, 2001, pp 177-196.
16. K. A. Kapp-Simon, A. Figueroa, C. A. Jocher, and M. Schafer. Longitudinal assessment of mental development in infants with nonsyndromic craniosynostosis with and without cranial release and reconstruction. *Plast. Reconstr. Surg.* vol. 92 num. 5, pp 831-9.
17. R. E. Kass and A. E. Raftery, Bayes factors. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 90, no. 430, 1995, pp 773-795.
18. E. Lajeunie, M. Le Merrer, C. Marchac and D. Renier. Genetic study of scaphocephaly. *Am. J. Med. Gene.* vol. 62, 1996, pp 282-285.
19. S.R. Lele and J.T. Richtsmeier. *An invariant approach to the statistical analysis of shapes*. New York: Chapman and Hall/CRC; 2001.
20. H. J. Lin, S. Ruiz-Correa, L. G. Shapiro, A. V. Hing, M. L. Cunningham, M. L. Speltz and R.W. Sze. "Symbolic shape descriptors for classifying craniosynostosis deformations from skull imaging", *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS), Annual International Conference*, 2005, pp 6325-6331.
21. A. Popescul, L. Ungar, D. Pennock, and S. Lawrence. "Probabilistic models for unified collaborative and content-based recommendation in sparse-data environments". In *Proceedings of the seventh Conference Uncertainty in Artificial Intelligence* 2001, pp 437-444.
22. Rasmussen C., Williams, C. K. I. *Gaussian Process for Machine Learning*, The MIT Press, 2006.
23. R.M. Rangaraj. *Biomedical image analysis*, CRC Press, 2006.
24. S. Ruiz-Correa, R. W. Sze, H. J. Lin, L. G. Shapiro, M.L. Speltz and M. L. Cunningham. "Classifying craniosynostosis deformations from skull shape imaging". *Computer-Based Medical Systems (CBMS). The 18th IEEE Symposium*, 2005, pp 335-340.
25. S. Ruiz-Correa, R. W. Sze, J. R. Starr, H. J. Lin, M. L. Speltz, M. L. Cunningham and A. V. Hing. New scaphocephaly severity indices of sagittal craniosynostosis. A quantitative study with cranial index quantifications. *The American Cleft Palate-Craniofacial Association Journal*, vol. 43, num. 2, 2006, pp 211-221.
26. S. Ruiz-Correa, D. Gatica-Perez, H. J. Lin, L. G. Shapiro, and R. W. Sze. A Hierarchical Bayesian Model for Classifying Craniofacial Malformations from CT Imaging. In *Proc. IEEE Int. Conf. of the Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS)*, Vancouver, Aug. 2008
27. S. Ruiz-Correa, J. R. Starr, H. J. Lin, K. Kapp-Simon, R. W. Sze, R. G. Ellenbogen, M. L. Speltz and M. L. Cunningham. New severity indices for quantifying single suture metopic craniosynostosis. Accepted for publication. *Neurosurgery*, 2008.
28. B. Scholköpfung and A. Somola. *Learning wit kernels*. The MIT Press, 2002.
29. A. Shuper, P. Merlob, M. Grunembaum, and S.H Reiser. Reiser. The incidence of isolated craniosynostosis in the newborn infant. *Am J Dis Child* vol. 139, no. 1, 1985, pp 85-86.
30. M.L. Speltz, K.A. Kapp-Simon, M.L. Cunningham, J. Marsh, and G. Dawson. Single-suture craniosynostosis: a review of neurobehavioral research and theory. *Journal of Pediatric Psychology*, vol. 29, num. 8, 2004, pp 651-668.
31. P. Quelhas, F. Monay, J.-M. Odobez, D. Gatica-Perez, T. Tuytelaars, and L. Van Gool "Modeling Scenes with Local Descriptors and Latent Aspects", in *Proc. IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV)*, Beijing, 2005.

X Olimpiada Matemática de Centro América y El Caribe

Resultados de la Delegación Mexicana



Del 2 al 11 de junio, se celebró en San Pedro Sula, Honduras, la X Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe. La delegación mexicana estuvo integrada por los alumnos:

Flavio Hernández González (de Aguascalientes)
Manuel Enrique Dosal Bustillos (de Chihuahua)
Fernando Ignacio Arreola Gutiérrez (de Aguascalientes)

Los acompañaron los profesores Marco Antonio Figueroa Ibarra y Octavio Arizmendi Echegaray.

Los alumnos del equipo de México obtuvieron una medalla de oro, una medalla de plata y una medalla de Bronce. México ocupó el segundo lugar con 100 puntos entre doce países participantes, después del equipo de Colombia que obtuvo 103 puntos. En tercer lugar se posicionó el equipo de Cuba con 90 puntos. La medalla de oro fue obtenida por el alumno Flavio Hernández, quien realizó un examen perfecto, mientras que las medallas de plata y bronce fueron obtenidas por Manuel Dosal Bustillos y Fernando Arreola, respectivamente.

En esta olimpiada participaron doce países de Centroamérica y el Caribe: Honduras, Guatemala, Nicaragua, El Salvador, Costa Rica, Panamá, Colombia, Venezuela, Cuba, Puerto Rico, República Dominicana y México. La idea de organizar esta olimpiada nace en las reuniones de trabajo durante la XII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas en Guadalajara, México, 1997. La iniciativa original fue presentada a la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) por los países centroamericanos. Con ella se buscaba la participación de estudiantes menores de 16 años, para que logaran experiencia en este tipo de competencias y sirviera como un punto de evaluación para escoger a los equipos que representarían a cada país en la Olimpiada Iberoamericana y en la Olimpiada Internacional de Matemáticas.

Marco Antonio Figueroa,
Jefe de la Delegación que representó a México.
Guanajuato, Guanajuato a 15 de Julio de 2008.



49ª Olimpiada Internacional de Matemáticas, Celebrada en Madrid, España



Los seis participantes de la delegación mexicana fueron premiados. Del 10 al 22 de julio, en Madrid, España, se llevó a cabo la 49a Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO), con la participación de 535 competidores de 97 países, de los cinco continentes. Los días de examen fueron 16 y 17 de julio, en Madrid, España.

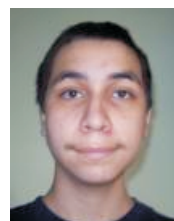
La Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO) es la competencia mundial de matemáticas más importante a nivel mundial. En ella participan países de los cinco continentes y está pensada para alumnos inscritos en los niveles medio básico o medio superior.

El objetivo principal de las Olimpiadas de Matemáticas, en cualquiera de sus versiones: nacional, regional o internacional, es crear y promover el interés por las Matemáticas para impulsar el desarrollo de la ciencia y la tecnología en los respectivos países. Este objetivo se pretende alcanzar enfrentando a los estudiantes a problemas que requieren para su solución, además de esfuerzo, una buena dosis de creatividad, imaginación e ingenio. Cabe mencionar que los problemas de olimpiadas matemáticas no son los problemas a los que un alumno se enfrenta dentro del aula, pero se mantienen dentro del ámbito de los temas de matemáticas de la educación media básica y media superior, tales como Geometría, Teoría de Números (aritmética), Combinatoria y Algebra. El concurso se realiza en dos sesiones de cuatro horas y media, en cada una de las cuales los estudiantes se enfrentan a un examen escrito consistente de tres problemas. Estos exámenes son calificados por el Jurado constituido por los jefes de delegación, profesores del país sede y miembros del tribunal internacional. La idea en este tipo de concursos es premiar a aproximadamente la mitad de los participantes, repartiendo las medallas en la siguiente manera: una doceava parte obtiene medalla de oro, dos doceavas partes obtienen medalla de plata y finalmente tres doceavas partes obtienen medalla de bronce.

El equipo mexicano, estuvo compuesto por



Aldo Pacchiano Camacho (de Morelos),



Manuel Guillermo Buenfil (de Chihuahua),



Manuel Jesús Novelo Puc (de Yucatán),



Malors Emilio Espinoza Lara (de Jalisco),



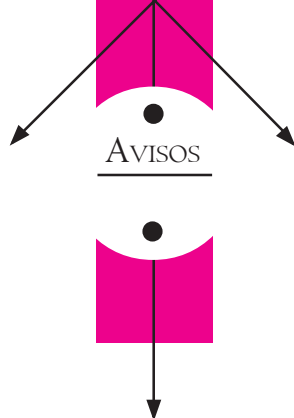
Rodrigo Mendoza Orozco (de Jalisco) y



Andrés Campero Nuñez (de Morelos).

Aldo y Manuel Guillermo obtuvieron medalla de plata y bronce, respectivamente. El resto del equipo fue merecedor de menciones honoríficas. El equipo fue acompañado por los profesores Antonio Olivas, Florian Luca y Hugo Villanueva, los tres forman parte del grupo de entrenadores del mismo.

Para mayores informes consultar <http://www.imo-2008.com>.



Invitación

La Olimpiada Mexicana de Matemáticas, a través de su comité organizador, hace una atenta invitación a toda la Comunidad Matemática Mexicana, para que nos envíen problemas tipo Olimpiada que puedan servir para la elaboración del examen del Concurso Nacional. El comité de selección de problemas elegirá, entre los problemas recibidos, un primero, un segundo y un tercer lugar los cuales serán premiados con \$2,000.00, \$1,500.00 y \$1,000.00 pesos, respectivamente.

El Concurso Nacional de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, se lleva a cabo cada año en el mes de noviembre, siendo uno de sus propósitos principales, seleccionar las distintas delegaciones que representan a México, en las diferentes Olimpiadas Internacionales de Matemáticas en las cuales México participa.

Con la idea de tener mejores recursos académicos para seleccionar estos alumnos, nuestro mayor interés es que cada año tengamos un examen inédito en el Concurso Nacional. Los temas que se abordan en la Olimpiada de Matemáticas, son álgebra, combinatoria, geometría y teoría de números, todos ellos a nivel pre-universitario. Cabe señalar que no se busca, por medio del examen nacional, medir los conocimientos generales del alumno en estos temas, sino medir el ingenio con el que enfrentan este tipo de problemas.

Reiteramos entonces nuestra invitación a que nos envíen problemas tipo Olimpiada a las siguientes direcciones electrónicas:

Alejandro Bravo
abm@hp.fciencias.unam.mx

Rogelio Valdez
valdez@servm.fc.uaem.mx



CARTA INFORMATIVA

SOCIEDAD MATEMÁTICA MEXICANA

Número 58,
Octubre de 2008

Publicación de la
Sociedad Matemática Mexicana, A.C.
Apartado Postal 70-450,
04510 México, D.F.
Tel. (55) 5747-3800 ext. 6414
smm@smm.org.mx

JUNTA DIRECTIVA

Fernando Brambila Paz
Presidente

Isidoro Gitler Goldwain
Vicepresidente

Ernesto Lupercio Lara
Secretario General

Miguel A. Xicoténcatl Merino
Secretario de Actas

Francisco Ortíz Arango
Tesorero

Hebert Kanarek Blando
Vocal

Flor de María Aceff Sánchez
Vocal

COMITÉ EDITORIAL DE LA CARTA

Antonio Rivera Figueroa (Coordinador)

Fernando Galaz Fontes

Gabriel Villa Salvador

Ernesto Lupercio Lara

Víctor Hugo Ibarra Mercado

COLABORADORES

Rosa María García Méndez

DISEÑO

Daniel Espinosa Pérez

IMPRESIÓN

S y G editores, SA de CV
Tels. 5619-5293 / 5617-5610
sygeditores@cablevision.net.mx

PORTADA

Fractal