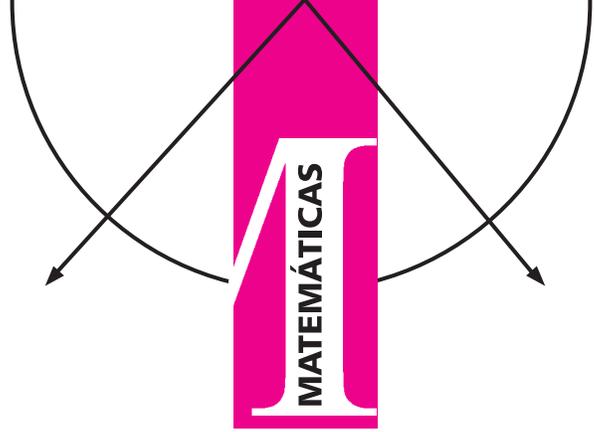


Una aplicación de la Teoría de Gráficas en Arqueología (primera parte)



Diego Jimenez Badillo
Instituto Nacional de
Antropología e Historia

Introducción

Este artículo describe una interesante aplicación de matemáticas en arqueología. Se trata del uso combinado de conceptos topológicos y de teoría de gráficas para analizar un conjunto de ofrendas descubiertas en lo que fuera el Recinto Sagrado de Tenochtitlan. Las ruinas del edificio más importante de este complejo arquitectónico pueden verse a pocos metros del zócalo de la Ciudad de México y los objetos de las ofrendas se exhiben permanentemente en el Museo del Templo Mayor.

Las ofrendas del Templo Mayor

Las ofrendas descubiertas en el Recinto Sagrado de Tenochtitlan están constituidas por conjuntos de objetos cuidadosamente ordenados. Algunos se hallaban colocados en cajas de piedra debajo de los edificios, mientras que otros yacían directamente en la tierra de relleno. Entre los elementos más sobresalientes se cuentan esculturas representando deidades, artefactos con connotaciones simbólicas -tales como cetros, pectorales, máscaras, orejeras, modelos de flautas, silbatos, tambores-, instrumentos de sacrificio, etc. Algunas ofrendas incluyen también restos de personas decapitadas, vestigios de flora y huesos de diversos animales. Entre la fauna identificada destacan cocodrilos, jaguares, pumas, lince, serpientes, así como una gran diversidad de aves, peces, conchas y caracoles marinos¹. Un ejemplo de estas ofrendas puede apreciarse en la figura 1.

La variedad y abundancia de este tipo de contextos ha abierto nuevas líneas de investigación en torno a la cosmovisión de los mexica.



Figura 1: Ofrenda 60 del Recinto Sagrado de Tenochtitlan. El dibujo muestra el tipo de depósitos encontrados durante las excavaciones del Templo Mayor (dibujo cortesía del Proyecto Templo Mayor).

Una de las más interesantes, y desafortunadamente la menos abordada por los especialistas, es la que se refiere a la relación entre la distribución espacial de los objetos y el significado de las ofrendas. El deseo de obtener un mayor conocimiento de dicha relación es lo que inspira este artículo.

Investigaciones previas permiten afirmar que los sacerdotes mexica distribuían los objetos de manera ordenada siguiendo

¹López Luján, 1993; Matos Moctezuma 1982, 1988.

do un código simbólico muy sofisticado. Ciertas reglas determinaban no sólo la ubicación de cada elemento de la ofrenda sino también las categorías de objeto que debían combinarse para expresar un concepto específico.

A ello se debe que, en algunos depósitos, la imagen del dios del fuego se encontraba ubicada junto a otros objetos simbólicamente relacionados a la parte ‘caliente’ del cosmos. A su vez, dichos conjuntos se hallaban en oposición simétrica a objetos con connotaciones ‘frías’, estos últimos ligados al dios de la lluvia y la fertilidad. Una interpretación obvia de dicho patrón es que expresa el concepto de equilibrio logrado a partir de la ‘oposición complementaria’ de energías cósmicas, una idea rectora de la religión prehispánica. Otro arreglo recurrente en varias ofrendas es la colocación de un artefacto al centro y cuatro más en las esquinas. Esto parece ser una alusión al modelo geométrico del universo mexica, cuyo esquema giraba en torno al centro del mundo y las cuatro direcciones cardinales. Un ejemplo claro de ambos patrones se encuentra en la ofrenda U (véase la figura 2).

En consecuencia, al abordar el estudio de las ofrendas es preciso considerar que estos contextos son resultado de reglas espaciales derivadas de la cosmovisión mexica. Su desciframiento depende, por un lado, de apreciar el tipo y variedad de los objetos que contienen y, por el otro, de revelar el orden espacial en que aparecen los artefactos.

Las ofrendas mexicas como tema de análisis espacial

La estrecha relación de patrones espaciales con conceptos religiosos convierte a las ofrendas en un fascinante problema de análisis espacial. Lamentablemente, la carencia de métodos y herramientas apropiadas ha impedido a los investigadores abordar el problema de manera formal.

Con el propósito de remediar esta situación hemos desarrollado un nuevo método de análisis que permite identificar patrones espaciales en las ofrendas mexicas. En lo que resta de este artículo se resumen los principios más sobresalientes de dicho enfoque. Para una descripción exhaustiva, el lector puede consultar la tesis doctoral de Jiménez Badillo².

Como datos fuente se utilizan las coordenadas cartesianas de cada objeto, es decir, cada artefacto es representado con un punto en el espacio tridimensional.

La idea básica del método es obtener una descripción morfológica del orden de los artefactos, para luego investigar si existen arreglos que involucren ciertos tipos de objetos en forma recurrente. Si descubrimos que ciertas categorías de objeto se combinan con otras categorías formando un arreglo espacial recurrente, entonces tendremos razones para suponer que dicho patrón forma un ‘tema simbólico’. Una vez aislados los patrones más sobresalientes podremos formular hipótesis acerca de su significado apoyándonos en fuentes históricas, etnográficas e iconográficas. Un tema simbólico, por ejemplo, podría estar formado por objetos asociados a la fertilidad

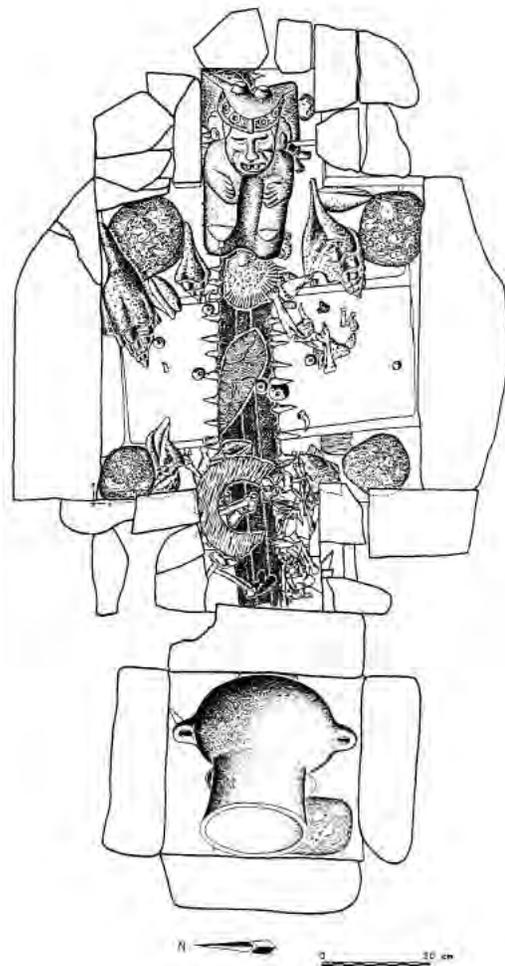


Figura 2: Ofrenda U procedente del Recinto Sagrado de Tenochtitlan. Sobresale el arreglo simétrico de objetos, en especial el de cuatro bolas de copal en las esquinas complementado con un cuchillo de sacrificio al centro. El patrón recuerda el modelo mexica del cosmos (dibujo de Fernando Carrizosa, cortesía del Proyecto Templo Mayor).

y la lluvia en posición simétrica a objetos ligados al fuego y el sacrificio.

Es aconsejable obtener la descripción morfológica de las ofrendas en forma de una gráfica espacial, en la cual los objetos aparezcan como nodos y las asociaciones significativas de los mismos se representen como líneas de unión (i.e. aristas).

La extracción de gráficas espaciales es un tema recurrente en campos tales como reconocimiento automático de patrones y visión por computadora. Expertos de ambas disciplinas se enfrentan cotidianamente al reto de revelar automáticamente la estructura de un conjunto de puntos para luego evaluar si su forma representa algo significativo³. Para lograrlo es deseable contar con un “... algoritmo para unir pares de puntos, tal que la gráfica obtenida al final sea perceptualmente significativa

³Véase Edelsbrunner, et al., 1983; Fairfield, 1979, 1983; Kennedy and Ware, 1978; Marr, 1976; Medek, 1981; Rosenbner y Langridge, 1973; Toussaint, 1980c, 1988; Zahn, 1971, entre otros.

²Jiménez Badillo, 2004; Jiménez Badillo y Chapman, 2002.

en algún sentido⁴”.

El problema es similar al juego gráfico de ‘encontrar la figura oculta tras los puntos’. Considérense, por ejemplo, los patrones de puntos mostrados en la figura 3. Aquí se requiere un mecanismo automático que identifique la ‘letra G’, la ‘estructura circular’ y la ‘casa’, sugeridas por los respectivos conjuntos de puntos.

Una solución elemental es emular la percepción humana. El cerebro humano asocia dos puntos *si éstos se ubican al menos tan cerca el uno del otro como ambos del resto de los puntos*⁵.

Existe un algoritmo desarrollado por expertos en geometría computacional que sigue precisamente dicha lógica. Éste se basa en un interesante concepto de relaciones espaciales conocido como ‘vecino relativo’. En lo que resta de este artículo explico en que consiste este concepto matemático y describo cómo puede aplicarse para obtener la descripción morfológica de las ofrendas.

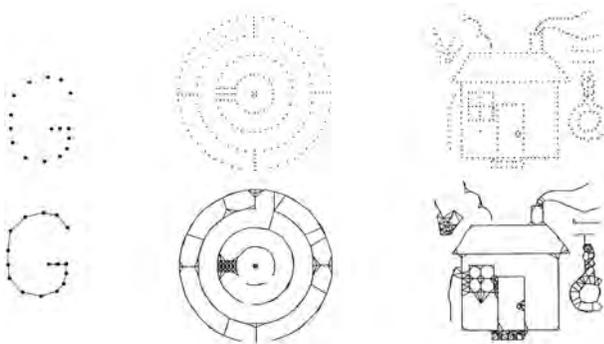


Figura 3: Tres conjuntos de puntos y las gráficas obtenidas al aplicar un algoritmo para el reconocimiento automático de patrones: (a) La letra ‘G’ (fuente: Toussaint 1980a: Fig. 6); (b) estructura circular (fuente: Toussaint 1988: Fig. 39); y (c) una casa (fuente: Toussaint 1988: Fig. 40).

El concepto de vecino relativo

Antes de presentar el concepto de *vecino relativo* es conveniente describir una noción más simple de relación entre puntos: la de *vecino más cercano*.

La noción de vecino más cercano, como su nombre lo indica, sirve para detectar cuáles elementos se encuentran *más estrechamente asociados* dentro de un conjunto de puntos. Tomemos como ejemplo el conjunto $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ y supongamos que deseamos identificar el punto ‘más’ significativamente asociado a p_1 . Para lograrlo, simplemente medimos la separación entre todos los puntos del conjunto y luego unimos p_1 al punto ubicado a la menor distancia. Como puede verse en la figura 4 el vecino más cercano de p_1 es p_2 .

En cambio, el concepto de *vecino relativo* expresa la idea de que dos puntos pueden tener una relación significativa a

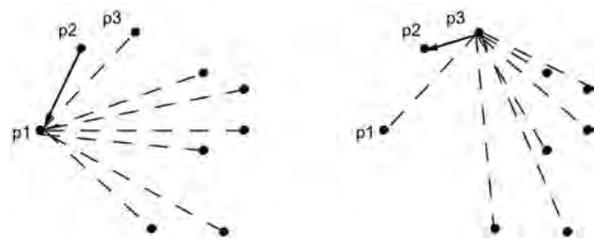


Figura 4: El vecino más cercano de p_1 es p_2 . Sin embargo, debe notarse que el vecino más cercano de p_2 no es p_1 , sino p_3 . Es decir, la relación ‘vecino más cercano’ no es simétrica.

pesar de no ser los más cercanos entre sí. La principal aplicación de dicho concepto es mostrar la forma o estructura de un conjunto de puntos dada la posición relativa de todos sus elementos en el espacio; es decir, se trata de una noción topológica. El concepto también es útil para revelar distintos *grados de asociación* entre puntos. En la figura 5, por ejemplo, el criterio de vecino más cercano sugiere que el único vecino significativamente asociado a p_x es p_1 , mientras que el criterio de vecino relativo aceptaría como una relación viable la unión de p_x con p_3 . Esto tiene importancia para el análisis de conjuntos tales como las ofrendas mexicas, cuyo significado depende de relaciones contextuales y no de la separación absoluta entre sus elementos. Por otro lado, el concepto de vecino relativo sirve para explorar diferentes hipótesis de cómo pudieron haber estado asociados los artefactos de las ofrendas.

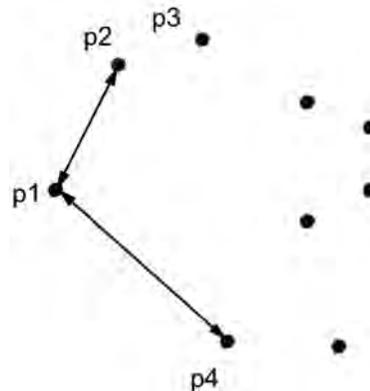


Figura 5: El concepto de vecino relativo identifica diferentes grados de asociación espacial entre puntos, revelando la estructura topológica del conjunto. En este ejemplo, el punto p_1 es vecino relativo tanto de p_2 como de p_4 . Debe notarse que, en contraste con la noción de vecino más cercano, la relación entre vecinos relativos es simétrica. Es decir, si p_1 es vecino relativo de p_2 , entonces p_2 es vecino relativo de p_1 .

Desde el punto de vista geométrico existe otra diferencia entre los conceptos ‘vecino más cercano’ y ‘vecino relativo’. El primero se basa en la medición lineal de distancia, es decir en la separación *absoluta* entre los puntos, mientras que el segundo se basa en la delimitación de *áreas de influencia* alrededor de los puntos. Las áreas de influencia cambian de

⁴Toussaint, 1980a, p. 261.

⁵Toussaint, 1980a, 1980c.

extensión según la separación relativa de cada par de puntos, lo cual explica el nombre dado a dicho concepto. Al presentar la Gráfica de Vecindad Relativa volveré a este punto.

El análisis de la cercanía relativa entre puntos se remonta a 1969, fecha en que Lankford definió el concepto matemáticamente y discutió sus ventajas como una técnica para la identificación de cúmulos (*i.e. clustering*)⁶. El mismo año, un concepto similar llamado ‘criterio de adyacencia de cuadrados mínimos’ o ‘Vecindad Gabriel’ apareció en una publicación dedicada al análisis de variación geográfica⁷. Al iniciar la década de los ochenta Toussaint desarrolló aún más la idea, promoviendo la construcción de un diagrama que uniera por medio de líneas a todos los ‘vecinos relativos’ hallados en un conjunto de puntos. Esto dio origen a la llamada Gráfica de Vecindad Relativa, también conocida como RNG por sus siglas en inglés (*Relative Neighbourhood Graph*). El mismo autor discutió la relevancia del RNG para reconocimiento de patrones, percepción visual y visión por medios computarizados⁸.

A partir de entonces otros investigadores han sugerido mejoras y variaciones del concepto original. En la actualidad, la mayoría de publicaciones dedicadas a este tema se refieren colectivamente a dichos diagramas con el nombre de *gráficas de proximidad*. Entre las más importantes se pueden mencionar la ya citada Gráfica de Vecindad Relativa, la Gráfica Gabriel, los llamados Esqueletos Beta, la Gráfica de Vecindad Limitada, la Gráfica de Esferas de Influencia, las Formas Alfa, etc.

En otra parte describimos una muestra más amplia de gráficas de proximidad y se discuten con más detalle sus propiedades geométricas⁹. Aquí en cambio nos limitamos a presentar brevemente aquellas que tienen mayor relevancia para la exploración espacial de las ofrendas del Templo Mayor, a saber: la Gráfica de Vecindad Relativa, la Gráfica Gabriel, los Esqueletos Beta y la Gráfica de Vecindad Limitada.

La Gráfica de Vecindad Relativa

Imaginemos un conjunto de puntos $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ y tomemos dos elementos cualquiera identificados como p_i y p_j . Decimos que el par de puntos p_i y p_j son vecinos relativos, es decir, están significativamente relacionados en el espacio, sí y sólo sí ambos se encuentran tan cerca el uno del otro como del resto de los puntos del conjunto¹⁰. Para determinar si un par de puntos cualquiera cumple con esa condición es necesario someterlo a la siguiente prueba:

1. El primer paso consiste en tomar la distancia $d(p_i, p_j)$ como radio para trazar dos círculos C_i y C_j centrados en los puntos p_i y p_j , respectivamente. La intersección de ambos círculos delimita una región R_{RNG} , la cual

representa el área de influencia o vecindad relativa del par p_i, p_j . Es conveniente observar que R_{RNG} siempre adopta la forma de una ‘luna’ (*i.e.* la llamada *Vesica-Piscis*). Si se trabaja en dos dimensiones dicha luna es un área plana. El mismo concepto puede extenderse a tres o más dimensiones, en cuyo caso la región R_{RNG} se convierte en un sólido formado por la intersección de dos esferas. El análisis de las ofrendas mexicas descrito más adelante se basa en regiones de influencia definidas en el espacio tridimensional.

2. El segundo paso es revisar si algún otro punto miembro de P se localiza dentro de la región R_{RNG} . Si la región se halla vacía decimos que los puntos p_i y p_j son vecinos relativos. Ello significa que ambos puntos se localizan tan cerca el uno del otro como del resto de los puntos de P . Así pues trazamos una línea de unión entre p_i y p_j , a la cual llamaremos ‘arista’ para acatar la terminología de la teoría de gráficas. Por el contrario, si la región R_{RNG} contiene otro punto de P en su interior quiere decir que p_i y p_j no pueden ser considerados como vecinos relativos. Por lo tanto, no debe existir línea de unión entre ellos. En la figura 6a puede verse una ilustración de ambos casos.

Al aplicar el mismo procedimiento a todas las combinaciones posibles de puntos obtenemos la llamada Gráfica de Vecindad Relativa o RNG (*Relative Neighbourhood Graph*) (véase la figura 6b).

La noción de vecindad relativa es útil para revelar automáticamente la forma y estructura interna de un conjunto de puntos, proporcionando un método computarizado para *encontrar la figura oculta tras los puntos*.

Esto queda ilustrado en la figura 7 donde se muestran tres conjuntos diferentes de puntos con sus correspondientes Gráficas de Vecindad Relativa. Es claro que las formas reveladas por la gráfica coinciden muy cercanamente con nuestra percepción visual de la morfología de cada conjunto de puntos. Más adelante explico por qué esto es relevante para el estudio de las ofrendas.

La Gráfica Gabriel

Otra manera de definir una vecindad relativa es trazar solamente un círculo de diámetro $d(p_i, p_j)$ y hacer que la circunferencia de este círculo pase exactamente a través de p_i y p_j . En este caso, no hay intersección que delimite un área en forma de luna, sino que la región de influencia de los puntos aparece como un círculo (R_{GG}). El resultado se llama Gráfica Gabriel, en honor del primer investigador que propuso dicho concepto (véase la figura 8).¹¹

La obtención de la Gráfica de Vecindad Relativa y de la Gráfica Gabriel, así como la extracción de medidas de conectividad permiten la comparación de las ofrendas a nivel global, es decir, permiten observar semejanzas o diferencias que afectan la estructura total de las ofrendas. No obstante, para

⁶Lankford, 1969.

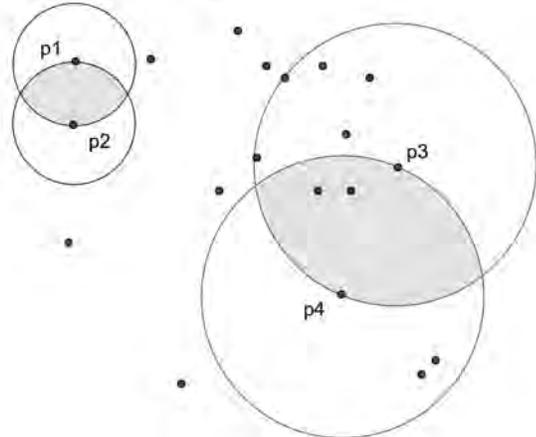
⁷Gabriel y Sokal, 1969.

⁸Toussaint, 1980a.

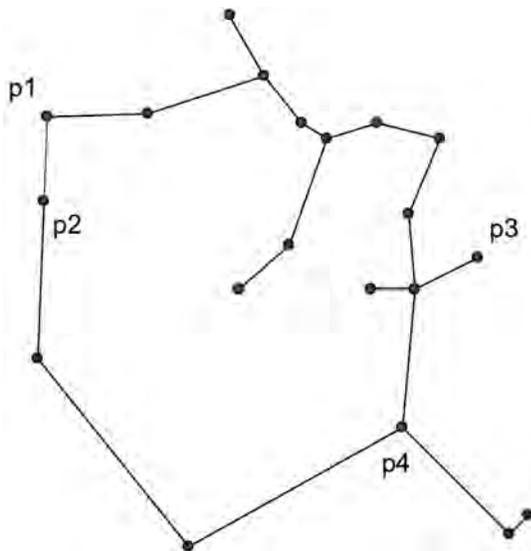
⁹Jiménez Badillo, 2004.

¹⁰Kirkpatrick y Radke, 1985.

¹¹Gabriel y Sokal, 1969. Matula y Sokal, 1980.



(a) Regiones de influencia en forma de 'luna' (las zonas sombreadas). La región correspondiente al par de puntos p_1 y p_2 se halla vacía. Por lo tanto, dichos puntos deben considerarse 'vecinos relativos' y debe trazarse una línea de unión entre ellos. En cambio, el área correspondiente a p_3 y p_4 contiene otros puntos en su interior, lo cual significa que p_3 y p_4 no son vecinos relativos. En consecuencia no debe trazarse una línea de unión entre ellos.



(b) Gráfica de Vecindad Relativa correspondiente a todo el conjunto de puntos. La noción de vecindad relativa es útil para revelar automáticamente la forma y estructura interna de un conjunto de puntos, proporcionando un método computarizado para encontrar la figura oculta tras los puntos.

Figura 6:

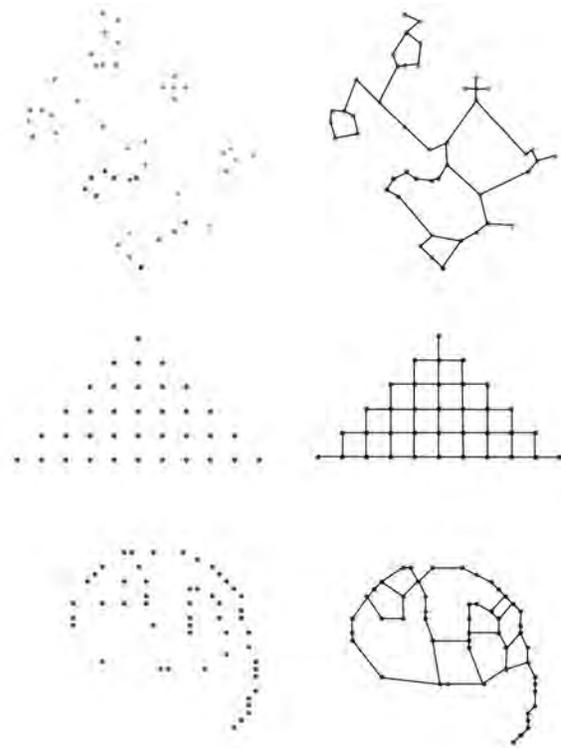


Figura 7: Tres conjuntos de puntos y sus respectivas Gráficas de Vecindad Relativa.

lograr una mejor comprensión de las ofrendas es necesario identificar arreglos de objetos a nivel local, esto es, aislar del conjunto aquellos grupos de objetos con conexiones significativamente importantes. Para lograr esto es necesario recurrir a otros dos tipos de gráficas de proximidad, los cuales son descritas a continuación.

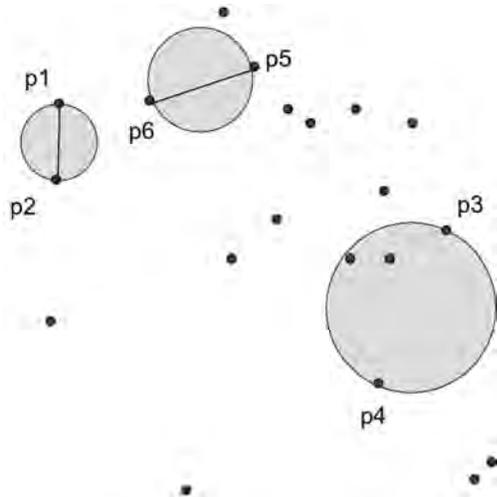
Los Esqueletos Beta

Una mejora considerable para analizar la configuración espacial de un conjunto de puntos consiste en modificar la extensión de las áreas de influencia definidas por la Gráfica de Vecindad Relativa y por la Gráfica Gabriel. La propuesta se debe a Radke¹² y Kirkpatrick y Radke¹³, quienes sugieren utilizar el parámetro β (beta) para alargar o reducir las áreas de influencia, es decir para controlar la extensión de la vecindad relativa de cada par de puntos tal y como se muestra en la figura 9. A las gráficas resultantes se les llama Esqueletos Beta.

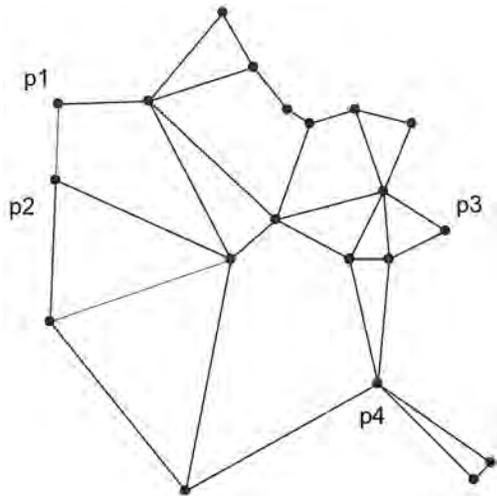
El valor de beta debe ser un número real positivo ($\beta > 0$). Conforme aumenta el valor de beta crece el área de influencia de cada par de puntos y consecuentemente aumenta la posibilidad de encontrar puntos adicionales dentro de dicha región. Por tanto, el número de vecinos relativos tiende a disminuir (i.e. hay menos aristas en la gráfica resultante). Por el contrario, cuando el área de influencia es menor, la cantidad de

¹²Radke, 1982.

¹³Kirkpatrick y Radke, 1985.



(a) Regiones de influencia en forma circular (las zonas sombreadas). Debe notarse que las regiones correspondientes a los pares (p_1, p_2) y (p_5, p_6) están vacías y por tanto dichos puntos resultan vecinos Gabriel. En cambio, la región correspondiente a (p_3, p_4) contiene otros puntos en su interior, lo cual impide que los consideremos vecinos Gabriel.



(b) La Gráfica Gabriel correspondiente a todo el conjunto de puntos.

Figura 8:

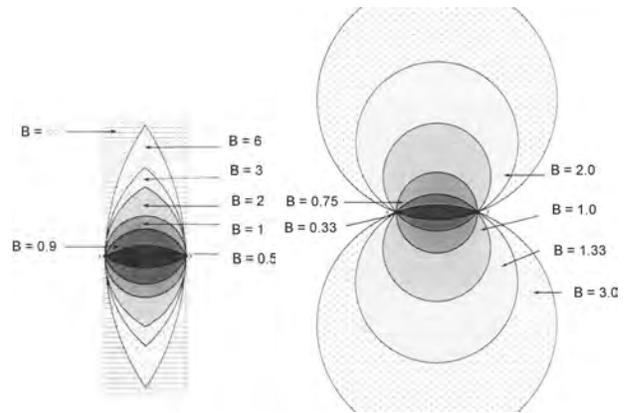


Figura 9: Transformación de las regiones de influencia por medio de la aplicación del parámetro beta: (a) Efecto en la región en forma de 'luna'; (b) Efecto en la región de forma circular. Sin importar la forma, cuando beta es mayor se obtienen menos conexiones (aristas) en el Esqueleto Beta resultante; y viceversa, conforme disminuye beta, se obtienen Esqueletos Beta con mayor densidad de aristas. (Dibujos tomados de Kirkpatrick y Radke 1985: Figs. 4 y 5).

vecinos relativos aumenta y el número de aristas en la gráfica resultante es mayor (véase la figura 10). Es interesante notar que siempre que se asigne a β el valor 1 se obtendrá la Gráfica Gabriel y siempre que se asigne a β el valor 2 se obtendrá la Gráfica de Vecindad Relativa. Por lo tanto, los esqueletos Beta son una generalización del concepto de vecindad relativa.

La Gráfica de Vecindad Limitada

Otro diagrama interesante es la llamada Gráfica de Vecindad Limitada o LNG (*Limited Neighbourhood Graph*). Ésta fue desarrollada originalmente por Urquhart como base de una técnica jerárquica para la identificación de cúmulos (*clustering*¹⁴). Para esta gráfica se utiliza β y se agrega además un segundo parámetro llamado sigma (σ). Este procedimiento modifica no sólo la extensión sino la forma del área de influencia. Con la gráfica resultante pueden identificarse los grupos de objetos más fuertemente asociados y aislarlos del resto del conjunto. En otras palabras, se separan los cúmulos (i.e. grupos de objetos) asociados más significativamente.

En la figura 11 pueden verse las formas que adoptan las regiones de influencia de la Gráfica de Vecindad Limitada y en la figura 12 se ven los resultados obtenidos con diversas combinaciones de valores de β y σ .

(Continuará)

¹⁴Urquhart, 1982.

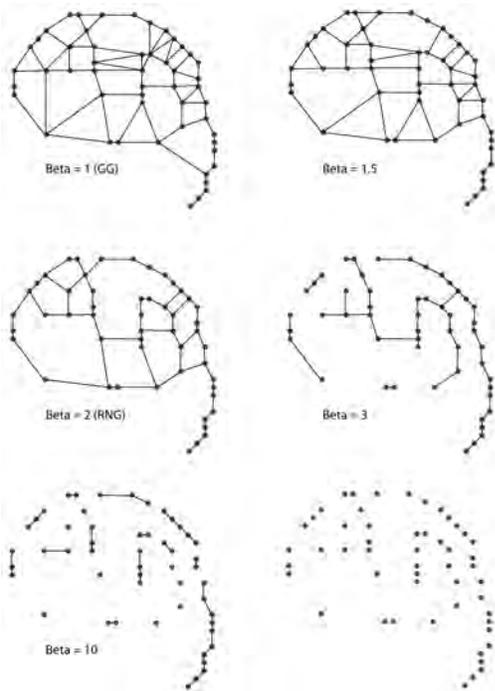


Figura 10: Una serie de Esqueletos Beta obtenida a partir del conjunto de puntos mostrado en la esquina inferior derecha. Debe notarse que los valores más pequeños de β producen gráficas con mayor número de aristas, y viceversa, los valores altos de β producen gráficas con pocas aristas.

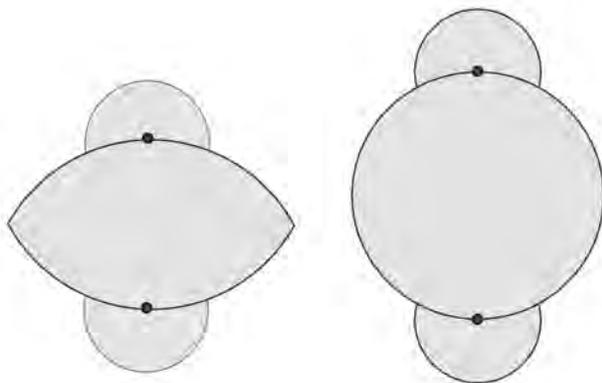


Figura 11: Dos nuevas formas para definir regiones de influencia. Ambas dan lugar a la llamada Gráfica de Vecindad Limitada. La figura 11a muestra la denominada forma R1 que resulta de modificar la Gráfica de Vecindad Relativa, mientras que la figura 11b muestra la forma R2, que resulta de modificar la Gráfica Gabriel. En ambas se han añadido dos círculos, uno alrededor de cada punto. La extensión de los círculos puede controlarse con el parámetro sigma. Esto permite identificar cúmulos (clusters) de manera jerárquica. En el caso de las ofrendas mexicas, la Gráfica de Vecindad Limitada sirve para identificar combinaciones recurrentes de objetos que se asocian espacialmente y por tanto, pudieran constituir un tema simbólico.

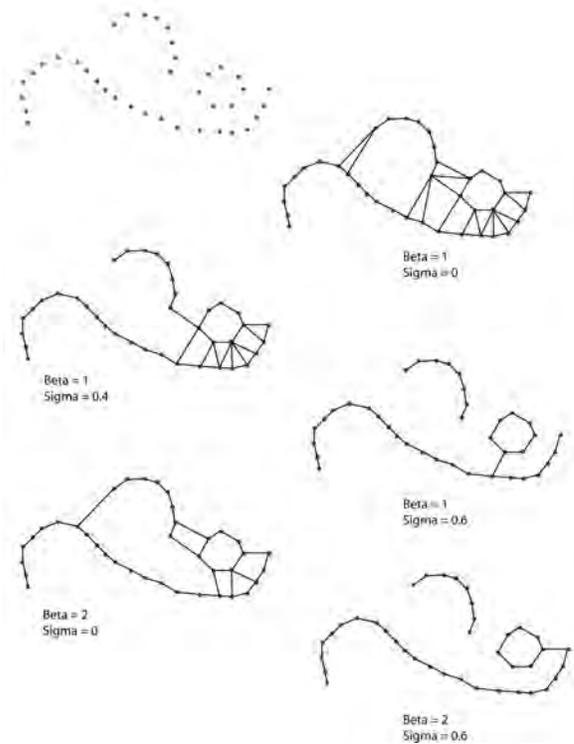


Figura 12: Reconocimiento sucesivo de una forma curva a través de la obtención de Gráficas de Vecindad Limitada. La serie ilustra el tipo de exploración disponible mediante esta técnica. La forma del patrón surge gradualmente, conforme se aplican distintos valores de sigma y beta. El gráfico de la parte inferior ($\beta = 2,0$; $\sigma = 0,6$) representa la estructura que más coincide con la percepción visual humana

Bibliografía (primera parte)

- Edelsbrunner, H., D. Kirkpatrick y R. Seidel. 1983. "On the Shape of a Set of Points in the Plane", en *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 29, n. 4, pp. 551-559.
- Fairfield, J. 1979. "Contoured Shape Generation: Forms that People See in Dot Patterns", en *Proceedings of the IEEE Conference on Cybernetics and Society*, IEEE, New York, pp. 60-64.
- Fairfield, J. 1983. "Segmenting Dot Patterns by Voronoi Diagram Concavity", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 5, n.1, pp. 104-110.
- Gabriel, K.R., y R.R. Sokal. 1969. "A New Statistical Approach to Geographic Variation Analysis", en *Systematic Zoology*, v. 18, pp. 259-278.
- Jiménez Badillo, Diego. 2004. *A method for Interactive Recognition of Three-Dimensional Adjacency Patterns in Point Sets, Based on Relative Neighbourhood Graphs. An Archaeological Application*, Ph.D. Thesis, University College London, London.

- Jiménez Badillo, Diego. En prensa. “Interpretación de dos ofrendas del Templo Mayor con el apoyo de fuentes pictográficas.” En: *Las imágenes precolombinas, reflejo de saberes*, Valverde Valdés, María del Carmen (ed.). UNAM, México.
- Jiménez Badillo, Diego y D. Chapman. 2002. “An Application of Proximity Graphs in Archaeological Spatial Analysis”, en *Contemporary themes in archaeological computing*, D. Wheatley et al., (eds.), University of Southampton/Oxbow Books, Southampton, pp. 90-99.
- Kennedy, J.M. y C. Ware. 1978. “Illusory Contours Can Arise in Dot Figures”, en *Perception*, v. 7, n. 2, pp. 191-194.
- Kirkpatrick, D.G. y J.D. Radke 1985. “A Framework for Computational Morphology”, en *Computational Geometry*, G. Toussaint (ed.), Elsevier Science Publishers, Amsterdam, pp. 217-248.
- Lankford, P.M. 1969. “Regionalization: Theory and Alternative Algorithms”, en *Geographical Analysis*, v. 1, pp. 196-212.
- López Luján, Leonardo. 1993. *Las ofrendas del Templo Mayor de Tenochtitlan*, Instituto Nacional de Antropología e Historia, México.
- Marr, D. 1976. “Early Processing of Visual Information”, en *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 275, n. 945, pp. 483-524.
- Matos Moctezuma, Eduardo. 1982. *El Templo Mayor: excavaciones y estudios*, Instituto Nacional de Antropología e Historia, México.
- Matos Moctezuma, Eduardo. 1988. *The Great Temple of the Aztecs: Treasures of Tenochtitlan*, Thames and Hudson, Londres.
- Matula, D.W. y R.R. Sokal. 1980. “Properties of Gabriel Graphs Relevant to Geographic Variation Research and the Clustering of Points in the Plane”, en *Geographical Analysis*, v. 12, pp. 205-222.
- Medek, V. 1981. “On the Boundary of a Finite Set of Points in the Plane”, *Computer Graphics and Image Processing*, v. 15, pp. 93-99.
- Radke, J.D. 1982. *Pattern Recognition in Circuit Networks*, Ph.D. Thesis, Department of Geography, University of British Columbia, Vancouver.
- Rosenberg, B. y D.J. Langridge. 1973. “A Computational View of Perception”, en *Perception*, v.2, n.4, pp. 415-424.
- Toussaint, G.T. 1980a. “The Relative Neighbourhood Graph of a Finite Planar Set”, en *Pattern Recognition*, v. 12, pp. 261-268.
- Toussaint, G.T. 1980c. “Pattern Recognition and Geometric Complexity”, en *Proceedings of the Fifth International Conference on Pattern Recognition*, Miami Beach, pp. 1324-1347.
- Toussaint, G.T. 1988. “A Graph-Theoretical Primal Sketch”, en *Computational Morphology*, G. T. Toussaint (ed.), Elsevier Science Publishers, Amsterdam, pp. 229-261.
- Urquhart, R. 1982. “Graph Theoretical Clustering Based on Limited Neighbourhood Sets”, en *Pattern Recognition*, v. 15, n. 3, pp. 173-187.
- Zahn, C.T. 1971. “Graph-Theoretical Methods for Detecting and Describing Gestalt Clusters”, en *IEEE Transactions on Computers*, Series C, v. 20, n. 1, pp. 68-86.

Octavo Coloquio Nacional de Teoría de Códigos, Criptografía y Áreas Relacionadas

Del 17 al 19 de junio de 2009 en México D. F.

Se invita a la comunidad académica, bancaria, gubernamental, de servicios, y al público en general, a participar en el Octavo Coloquio Nacional de Teoría de Códigos, Criptografía y Áreas Relacionadas, el cual se llevará a cabo en la

"Casa de la Primera Imprenta de América Latina"

ubicada en el Centro Histórico de la Ciudad de México (a un costado de Palacio Nacional).

Como ha sido costumbre en los Coloquios anteriores, se contará con la presencia de reconocidos especialistas a nivel internacional en Teoría de Códigos, Criptografía y áreas afines, quienes dictarán cursos y plenarias.

Comité organizador

Dr. Horacio Tapia-Recillas (UAM-I)

Dr. Rubén Vázquez (ESIME, IPN)

Dr. Noé Gutiérrez (UAM-I)

M.C. Carlos A. López (BUAP)

M.C. Adolfo Torres (UAM-I)

Información e inscripciones con Dr. Horacio Tapia-Recillas: htr@xanum.uam.mx

Dynamical Systems Encounter

Encuentro de Sistemas Dinámicos



July 28 thru August 1, 2009, Ensenada, Baja California, México

Presentation

This first Dynamical Systems Encounter in Ensenada is a research meeting whose principal topics are: differential equations, iteration of functions, and geometrical aspects of dynamical systems.

The intent is to enable the exchange of ideas and information regarding these research topics, promoting collaboration between the researchers. For this we are planning three minicourses as well as conference talks throughout the week.

Dynamical Systems meetings have occurred since the early 80's at relatively random time intervals in several cities throughout México: Cuernavaca, Guanajuato, Morelia, Cunduacán, to name a few.

This year, the meeting is to be held at the Science Faculty of the Baja California State University (Universidad Autónoma de Baja California, or UABC) in the city of Ensenada, Baja California, México.

The meeting is co-organized by UABC and the National University of México (Universidad Nacional Autónoma de México, or UNAM).

Organizing committee:

- Jesús R. Muciño Raymundo (UNAM)
- Álvaro Álvarez Parrilla (UABC)
- Adina Jordán Aramburo (UABC)
- Gloria Rubí Vázquez (UABC)
- Selene Solorza Calderón (UABC)
- Carlos Yee Romero (UABC)

Convocatoria al Premio Sotero Prieto 2009

Fecha límite para recibir toda la documentación: 30 de junio de 2009

La Sociedad Matemática Mexicana convoca a los profesionistas en matemáticas recién graduados, a presentar su tesis de licenciatura o su trabajo terminal, para el **Premio Sotero Prieto a la mejor tesis de Licenciatura en Matemáticas 2009** bajo las siguientes bases:

- 1.- El trabajo deberá haber sido presentado en alguna Institución Mexicana de Educación Superior para obtener el título de Matemático o equivalente.
- 2.- La fecha de obtención del título deberá estar comprendida entre el 1 de junio de 2008 al 31 de mayo de 2009.
- 3.- Se deberá enviar, por triplicado: Copia del trabajo mecanografiado o tipografiado, documento probatorio de la fecha de obtención del título y documento en el que conste oficialmente que el trabajo enviado a concurso fue presentado como requisito para la obtención del título.
- 4.- Se deberá anexar a la documentación, por triplicado, una breve semblanza del candidato que incluya sus datos personales, historial académico, nombre del asesor del trabajo y los nombres de los sinodales del examen.
- 5.- El jurado será designado por la comisión del Premio Sotero Prieto.
- 6.- El Premio Sotero Prieto incluye una medalla y un diploma.
- 7.- Se otorgarán menciones honoríficas a juicio del jurado.
- 8.- La decisión del jurado será inapelable.
- 9.- La entrega del premio será durante la ceremonia de inauguración del XLII Congreso Nacional de la SMM, el 12 de octubre de 2009 en la ciudad de Zacatecas, Zacatecas.
- 10.- Cualquier situación no prevista en esta convocatoria, será resuelta por la Comisión del Premio Sotero Prieto.

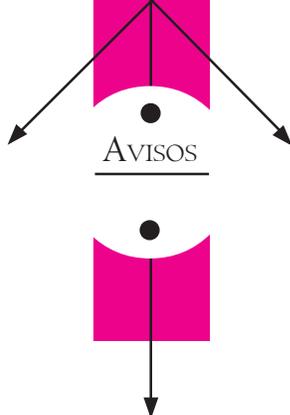
Los trabajos podrán ser entregados en cualquiera de las dos siguientes direcciones:

Olivia Lazcano
Departamento de Matemáticas (cubículo 14)
Cinvestav-IPN
Av. IPN 2508
Col. San Pedro Zacatenco 07360
México, DF.
Tel.: (55) 57.47.3800 ext. 6414

Aída Lazcano
Instituto de Matemáticas (cubículo 122)
Área de la Investigación Científica
Circuito Exterior s/n
Ciudad Universitaria. 04510
México, DF.
Tel.: (55) 56.22.4481 y 82

Comité del Premio Sotero Prieto

- Dr. Marcelo Aguilar González de la Vega (IMUNAM)
- Dr. Rogelio Fernández Alonzo (UAM-I)
- Dr. Arturo Olvera Chávez (IIMAS)
- Dr. Zeferino Parada García (ITAM)
- Dra. Bertha María Tomé Arreola (ESFM-IPN)
- Dr. Miguel Alejandro Xicoténcatl Merino (Cinvestav-IPN)



Tercer Congreso Latino Americano de Matemáticos

Del 31 de Agosto al 4 de Septiembre de 2009

Santiago de Chile

El Tercer Congreso Latino Americano de Matemáticos, será realizado por la Unión de Matemáticos de América Latina y el Caribe-UMALCA en colaboración con investigadores de diversas instituciones chilenas, del 31 de Agosto al 4 de Septiembre de 2009 en Santiago de Chile.

Los organizadores invitan a participar en este gran evento a matemáticos, profesores universitarios de matemáticas y a estudiantes de posgrado de toda la región.

El Tercer Congreso Latino Americano de Matemáticos cuenta con el auspicio de la Dirección de Bibliotecas, Archivos y Museos (DIBAM) y el Centro Cultural Matucana 100 y se llevará a cabo en las dependencias del Centro Cultural Matucana 100 y de la Biblioteca de Santiago.

Sitio web del evento: <http://fermat.usach.cl/~congresolam/>



CARTA INFORMATIVA

SOCIEDAD MATEMÁTICA MEXICANA

Número 60,
Abril de 2009

Publicación de la
Sociedad Matemática Mexicana, A.C.
Apartado Postal 70-450,
04510 México, D.F.
Tel. (55) 5747-3800 ext. 6414
smm@smm.org.mx

JUNTA DIRECTIVA

Fernando Brambila Paz
Presidente

Isidoro Gitler Goldwain
Vicepresidente

Ernesto Lupercio Lara
Secretario General

Miguel A. Xicoténcatl Merino
Secretario de Actas

Francisco Ortíz Arango
Tesorero

Hebert Kanarek Blando
Vocal

Flor de María Aceff Sánchez
Vocal

COMITÉ EDITORIAL DE LA CARTA

Antonio Rivera Figueroa (Coordinador)

Fernando Galaz Fontes

Gabriel Villa Salvador

Ernesto Lupercio Lara

Víctor Hugo Ibarra Mercado

COLABORADORES

Rosa María García Méndez

DISEÑO

Daniel Espinosa Pérez

IMPRESIÓN

S y G editores, SA de CV
Tels. 5619-5293 / 5617-5610
sygeditores@cablevision.net.mx

PORTADA

La Guelaguetza
Nayeli Castellanos y Esperanza Pacheco