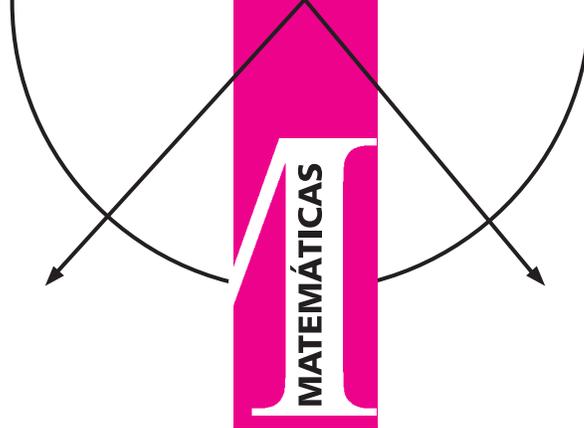


Una aplicación de la Teoría de Gráficas en Arqueología (segunda parte)



Diego Jimenez Badillo
Instituto Nacional de
Antropología e Historia

Procedimientos para analizar la estructura espacial de las ofrendas

Habiendo descrito en la primera parte de este artículo los cuatro tipos de gráficas, podemos abordar brevemente cómo se pueden utilizar para el análisis de las ofrendas mexicas. Dadas las limitaciones de espacio prescindimos de muchos detalles, por lo que el lector interesado en conocer el método completo deberá referirse a Jiménez Badillo (2004).

Análisis a nivel global

Un primer tipo de análisis consiste en comparar la estructura de varias ofrendas a nivel global. Dicha comparación consiste en cotejar la configuración general de dos o más depósitos de objetos considerando la ubicación relativa de todos los artefactos simultáneamente. Si se detectan semejanzas a nivel global una investigación posterior debería evaluar si las mismas corresponden a afinidades de significado.

La comparación espacial que proponemos utiliza Esqueletos Beta como punto de partida. Para obtener estas gráficas, el analista puede utilizar las herramientas incluidas en RNG Explorer, un paquete de software que hemos desarrollado con el fin de facilitar el análisis espacial de las ofrendas. Este se distribuye gratuitamente para usos académicos¹. Alternativamente, el lector puede implementar su propio programa utilizando alguno de los muchos algoritmos disponibles en la literatura especializada².

¹Una copia del software puede solicitarse a la siguiente dirección de correo electrónico: diego.jimenez61@gmail.com, o directamente con el autor a la siguiente dirección postal: Diego Jiménez, Museo del Templo Mayor, Guatemala 60, Centro, 06060 México, D.F.

²Huang, 1990; Hurtado et al., 2001; Jaromczyk y Kowaluk, 1987, 1991; Jaromczyk y Toussaint, 1992; Katajainen, 1988; Katajainen y Nevalainen, 1986a, 1986b; Katajainen et al., 1987; Rao, 1998; Su y Chang, 1990, 1991a, 1991b; Supowit, 1983; Toussaint, 1980a, 1980b; Toussaint y Menard, 1980; Urquhart, 1980, 1983.

La comparación de estructura global incluye los siguientes pasos:

1. El primer paso es compilar las coordenadas cartesianas de los elementos ofrendados junto con las etiquetas que describen el tipo de cada objeto. Resulta conveniente asignar un símbolo distinto a cada categoría. Por ejemplo, se podrían elegir conos rojos para simbolizar conchas de tortuga, cilindros azules para las conchas madreperla, esferas verdes para cuentas de piedra verde, y así sucesivamente.

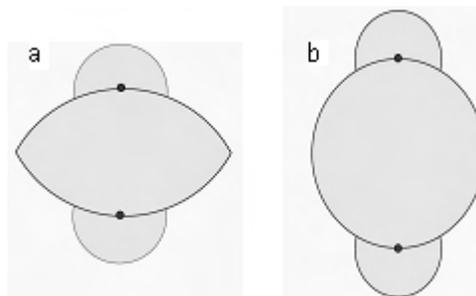


Figura 11. Dos nuevas formas para definir regiones de influencia. Ambas dan lugar a la llamada Gráfica de Vecindad Limitada. La figura 11a muestra la denominada forma R1 que resulta de modificar la Gráfica de Vecindad Relativa, mientras que la figura 11b muestra la forma R2, que resulta de modificar la Gráfica Gabriel. En ambas se han añadido dos círculos, uno alrededor de cada punto. La extensión de los círculos puede controlarse con el parámetro sigma. Esto permite identificar cúmulos (clusters) de manera jerárquica. En el caso de las ofrendas mexicas, la Gráfica de Vecindad Limitada sirve para identificar combinaciones recurrentes de objetos que se asocian espacialmente y por tanto pudieran constituir un tema simbólico.

2. El segundo paso es obtener una familia de Esqueletos Beta para cada ofrenda. Se extrae primero un esqueleto con $\beta = 1$, el cual corresponde exactamente a la Gráfica Gabriel. Una propiedad matemática muy útil de la Gráfica Gabriel es que siempre resulta conectada y además posee la propiedad de 'singularidad', es decir, a cada configuración espacial de puntos le corresponde una y sólo una Gráfica Gabriel. De lo anterior se desprende que conjuntos de puntos similares ten-

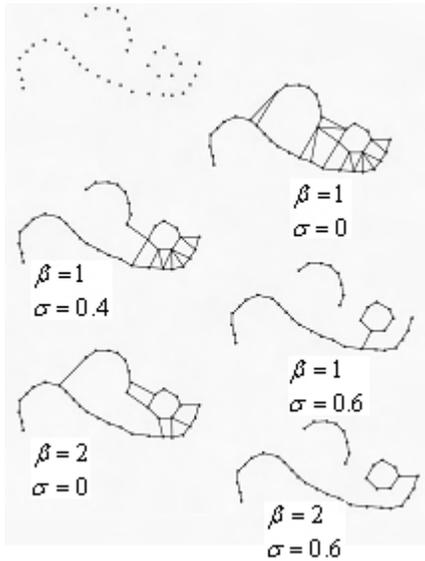


Figura 12. Reconocimiento sucesivo de una forma curva a través de la obtención de Gráficas de Vecindad Limitada. La serie ilustra el tipo de exploración disponible mediante esta técnica. La forma del patrón surge gradualmente, conforme se aplican distintos valores de sigma y beta. El gráfico de la parte inferior representa la estructura que más coincide con la percepción visual humana.

drán Gráficas Gabriel similares. Y viceversa, conjuntos con estructuras muy distintas tendrán Gráficas Gabriel muy diferentes. Conectividad y singularidad representan propiedades útiles para iniciar la comparación entre ofrendas.

Posteriormente se incrementa el valor de beta en intervalos regulares. Por ejemplo, se obtienen esqueletos con $\beta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.1$, y así sucesivamente hasta obtener un gráfico desconectado. Al máximo valor de beta que genera la última gráfica conectada, es decir, el que produce la gráfica conectada con el menor número de aristas, se le denomina ‘parámetro de conectividad mínima’.

Debido a ciertas propiedades geométricas comunes a todos los conjuntos de puntos, el ‘parámetro de conectividad mínima’ siempre se obtiene con $\beta > 2$. Esto quiere decir que dentro del rango $\{1 \leq \beta \leq 2\}$ los Esqueletos Beta siempre aparecen conectados.

Las figuras 15, 16, y 17 muestran las familias de Esqueletos Beta extraídas a partir de tres ofrendas del Templo Mayor, las conocidas como U (parte 1, figura 2), 22 (figura 13) y 58 (figura 14) respectivamente. Adicionalmente, en la tabla 1 puede verse una lista de los objetos que componen las ofrendas 22 y 58, mientras que los objetos que componen la ofrenda U pueden verse directamente en la ilustración (parte 1, figura 2).

Obsérvese cómo varían las conexiones entre los objetos conforme aumenta o disminuye el valor de β . Cada esqueleto nos sugiere un escenario distinto de cómo pudieron haber estado asociados simbólicamente los objetos. Una exploración heurística pudiera permitirnos decidir cuál es el más significativo. No obstante es más aconsejable analizar las ofrendas de manera más formal, en las que las coincidencias de estructuras pueden medirse calculando ciertas fórmulas, tal y como

se explica en el tercer paso.

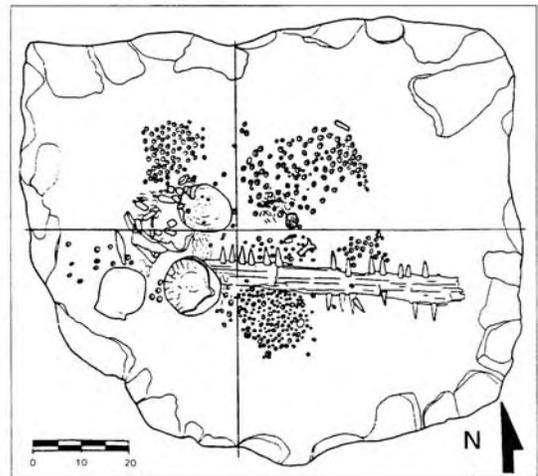
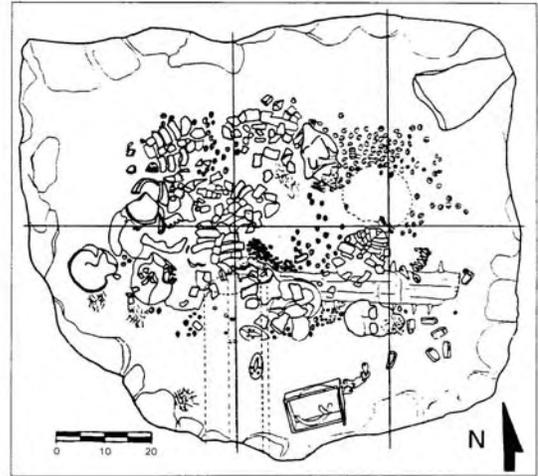


Figura 13. Dibujos de excavación de la ofrenda 22, mostrando el nivel 3, que corresponde a la parte más superficial, así como el nivel 2. El nivel 1 se ha omitido (dibujos tomados de Olmo Frese, 1999: Fig. 9).

3. El tercer paso consiste en calcular diversas medidas de estructura espacial a partir de cada uno de los Esqueletos Beta obtenidos anteriormente.

La medida más simple de estructura espacial es el radio obtenido de la siguiente división (donde a representa el número de aristas y v el número de vértices de cada Esqueleto Beta.):

$$R_{AV} = \frac{a}{v}$$

El número de vértices corresponde al número de puntos u objetos de cada ofrenda y por lo tanto dicha cifra permanece constante en todos los Esqueletos Beta de un mismo contexto. En cambio, el número de aristas depende directamente de la configuración espacial del depósito y varía con cada valor de β (ver tabla 2).

CATEGORÍA DE OBJETO	OFRENDA 22	OFRENDA 58
	Cantidad	Cantidad
Concha madreperla	6	9
Sartal de cascabeles de cobre	2	2
Modelo de cuna deformatoria	1	1
Vasija con efígie de una deidad de la fertilidad	1	1
Cuchillo de sacrificio	1	1
Collar de siete conchas marinas del género Oliva	1	1
Nariguera estilo Xipe Tótec	1	1
Pendiente de concha oyohualli	2	2
Concha marina perforada	1	0
Resina de copal	1	1
Espadarte de pez sierra (<i>Pristis pectinatus</i>)	1	1
Modelo de cetro chicahuaztli	1	1
Modelo de cetro serpentiforme	1	2
Modelo de cetro cabeza de venado	1	1
Erizo de mar	5	0
Cráneo humano	1	1
Máscara cráneo	1	1
Caparazón de tortuga (<i>Pseudemys scripta</i>)	6	7
Caracol marino del género <i>Xancus</i>	1	2
Total	34	37

Tabla 1: Lista de objetos que componen las ofrendas 22 y 58 del templo Mayor.

Ofrenda	Valor de β																	
	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.08	2.2	2.3	2.4	2.5	2.62	2.74
22	73	66	61	61	58	56	55	52	51	50	50	50	48	47	46	43	42	-
58	81	75	71	66	66	61	56	55	54	51	51	50	49	47	45	44	43	43
U	85	77	72	68	65	61	57	56	52	48	46	44	-	-	-	-	-	-

Tabla 2: Número de aristas obtenidas en cada Esqueleto Beta de las ofrendas 22, 58, y U.

El radio aristas/vértices ofrece por tanto una manera de comparar dos o más ofrendas entre sí. Los resultados R_{AV} obtenidos para los Esqueletos Beta de las ofrendas U, 22 y 58 se reportan en la tabla 3.

Otra medida interesante se obtiene dividiendo el número observado de aristas a_{obs} entre el mínimo número posible de aristas a_{min} :

$$S_{min} = \frac{a_{obs}}{a_{min}}$$

El número observado de aristas (a_{obs}) es la cantidad de conexiones presente en cada Esqueleto Beta, es decir equivale a los valores de a extraídos anteriormente (tabla 2).

En cuanto a la cantidad mínima de aristas, la teoría de gráficas indica que dicho valor corresponde a $v - 1$, donde v representa el número de vértices de la gráfica. Este valor mínimo es aplicable a gráficas obtenidas a partir de conjuntos de puntos en dos o tres dimensiones espaciales. La ofrenda U, por ejemplo, contiene 41 puntos o vértices. Por lo tanto, el valor a_{min} es $41 - 1 = 40$, mientras que para la ofrenda 22,

con 40 vértices, la cifra $a_{min} = 39$ y para la ofrenda 58 que contiene 43 puntos la cifra $a_{min} = 42$.

Similarmente, se puede dividir el número observado de aristas entre el máximo número posible de aristas.

$$S_{max} = \frac{a_{obs}}{a_{max}}$$

Otras medidas de conectividad más complejas se pueden obtener aplicando varios teoremas de la Teoría de Gráficas, tanto en dos como en tres dimensiones, sobre todo considerando el número de aristas esperado para ciertas gráficas, tal y como se explica en Devroye (1998) y en Jiménez Badillo (2004). Aquí, por razones de espacio, no se mencionan.

4. El cuarto paso es producir lo que he llamado el ‘perfil de conectividad’ de cada ofrenda. Este se obtiene graficando los resultados de alguna de las medidas extraídas durante el paso 3, por ejemplo R_{AV} , S_{min} , S_{max} , etc.

La idea es observar cómo cambian las conexiones de los objetos conforme varía el valor de beta. Hay ofrendas, por ejemplo, que conforme aumenta el valor de beta muestran una disminución ligera pero constante de aristas. Dicho patrón produce una curva suave sin dentaduras. En cambio, otras

Ofrenda	Valor de β																	
	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.08	2.2	2.3	2.4	2.5	2.62	2.74
22	1.83	1.65	1.53	1.53	1.45	1.4	1.38	1.3	1.28	1.25	1.25	1.25	1.2	1.18	1.15	1.08	1.05	-
58	1.88	1.74	1.65	1.54	1.54	1.42	1.3	1.28	1.26	1.19	1.19	1.16	1.14	1.09	1.05	1.02	1	1
U	2.07	1.88	1.76	1.66	1.59	1.49	1.39	1.37	1.27	1.17	1.12	1.07	-	-	-	-	-	-

Tabla 3: Valores de RAV (radio aristas/vértices) obtenidos a partir de cada Esqueleto Beta de las ofrendas 22, 58, y U.

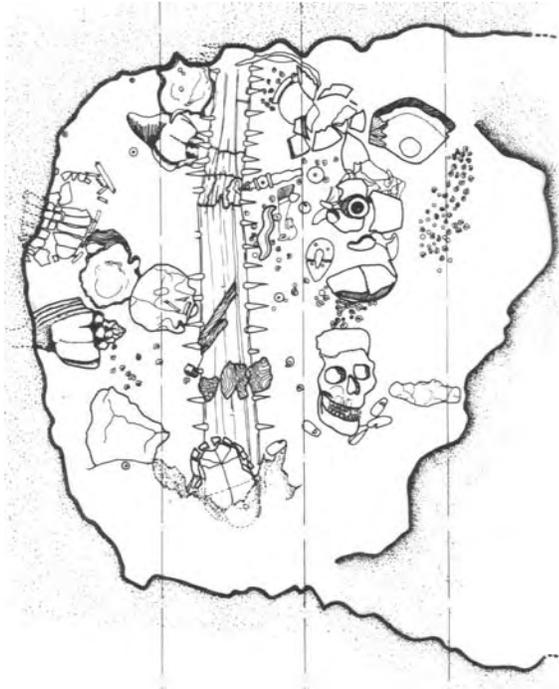


Figura 14. Dibujo de excavación de la ofrenda 58 mostrando el nivel 4 (el más superficial). En él pueden apreciarse distintos objetos: (a) espadarte de pez sierra; (b) dos cráneos humanos; (c) una vasija rota con la efigie de una deidad de la fertilidad; (d) tres modelos de cetros en forma serpentina, de chichahuaztli y de cabeza de venado; (e) caracol Xancus; (f) caparzones de tortuga; y (g) conchas madreperla (dibujo cortesía del Proyecto Templo Mayor).

ofrendas muestran cambios drásticos y escalonados aun si las variaciones de beta son muy ligeras. En algunas otras, por ejemplo donde predominan los arreglos de objetos regulares, el número de aristas casi no cambia. Ello ocurre a pesar de fuertes variaciones en el valor de beta. En dichos casos, el resultado es un perfil sin mucha pendiente.

En las figuras 18 y 19 se comparan los perfiles de conectividad de las ofrendas U, 22 y 58. Obsérvese que los perfiles de las ofrendas 22 y 58 se parecen más entre sí, en tanto que el perfil de la ofrenda U se aleja de ambas. Lo anterior es suficiente para demostrar que las ofrendas 22 y 58 tienen una estructura espacial semejante. Ello, aunado a las coincidencias en los tipos de objetos, nos permite buscar un significado común en ambos contextos. Los detalles de dicho significado aparecen cuando se exploran los patrones espaciales a escala local, tal y como explico en la siguiente sección.

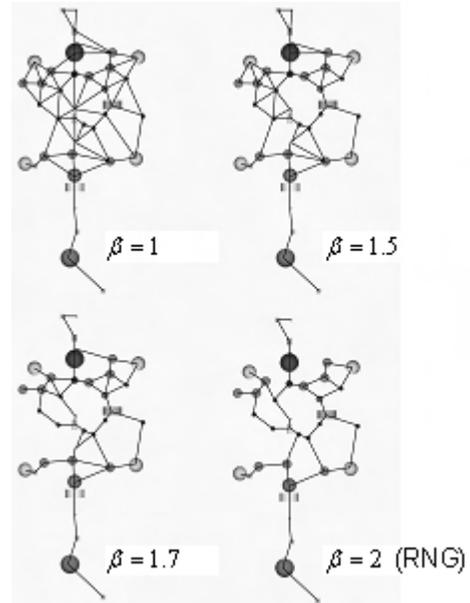


Figura 15. Una serie de Esqueletos Beta extraída a partir de la ofrenda U. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo las gráficas corresponden a $\beta = 1$ (GG), 1.5, 1.7, y 2 (RNG).

Análisis a nivel local

La segunda aplicación de las gráficas de proximidad consiste en identificar arreglos espaciales que pudieran constituir *combinaciones significativas de objetos* a nivel local. Para ello se seleccionan dos o más ofrendas y mediante la aplicación de una técnica de identificación de cúmulos se investiga si aparecen grupos de objetos formados por las mismas clases de artefactos. Si ciertas combinaciones se repiten en varias ofrendas, entonces será razonable suponer que dichos arreglos fueron creados intencionalmente. Por lo tanto, podríamos considerarlos -al menos desde un punto de vista hipotético- como ‘temas simbólicos’.

Imaginemos, por ejemplo, que identificamos un arreglo de cuatro objetos localizados en las esquinas de un cuadrado imaginario, más otro artefacto al centro. Suponemos que lo anterior es un arreglo significativo y por tanto investigamos si otras ofrendas contienen un patrón similar, es decir, un patrón con la misma combinación de objetos. Si la búsqueda es positiva, entonces consideramos el arreglo como un tema simbólico. Dicho patrón existe en realidad. Ha sido encontrado en la ofrenda U (véase la parte I, figura 2). Algunos expertos, basados en el análisis iconográfico de códices, esculturas, cerámica y fuentes documentales, interpretan dicho patrón como el *quincunce*, la referencia más esquemática de

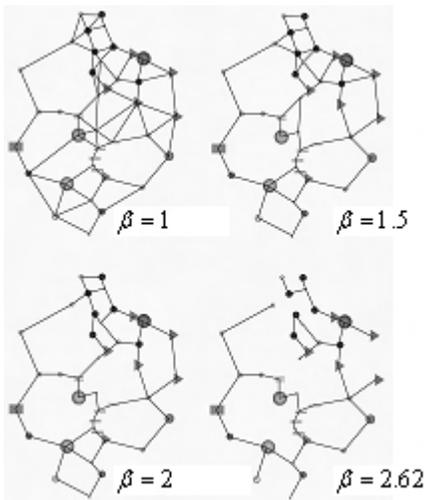


Figura 16. Una serie de Esqueletos Beta extraída a partir de la ofrenda 22. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo las gráficas corresponden a $\beta = 1$ (GG), 1.5, 2(RNG) y 2.62.

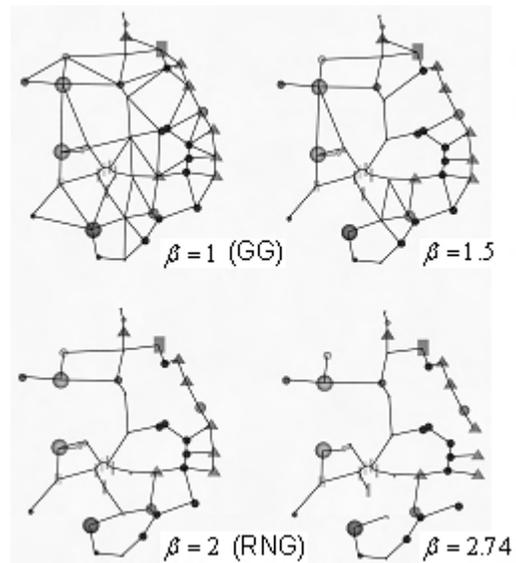


Figura 17. Una serie de Esqueletos Beta extraída a partir de la ofrenda 58. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo las gráficas corresponden a $\beta = 1$ (GG), 1.5, 2 (RNG) y 2.74.

los cinco puntos básicos del universo mexicana, es decir, los cuatro puntos cardinales y el centro.

El patrón descrito anteriormente es relativamente fácil de apreciar a simple vista, sobre todo en ofrendas con pocos artefactos. Sin embargo, otras combinaciones significativas de objetos podrían permanecer ocultas de no ser por la aplicación del procedimiento de análisis local descrito en esta sección. El punto de partida es la extracción de Gráficas de Vecindad Limitada (LNG).

Como expliqué anteriormente, una Gráfica de Vecindad Limitada se obtiene aplicando el parámetro sigma (σ) a la región de influencia de la Gráfica de Vecindad Relativa, o lo que es lo mismo el Esqueleto Beta obtenido con $\beta = 2$. Alternativamente, se puede aplicar el parámetro sigma al Gráfico Gabriel, es decir al Esqueleto Beta obtenido con $\beta = 1$. Por tal motivo, la extracción de Gráficas de Vecindad Limitada puede verse como la aplicación simultánea de valores de beta y sigma.

El valor del parámetro sigma debe variar entre cero y uno, es decir $0 < \sigma \leq 1$. Por ejemplo, $\sigma = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$.

Cualquiera que sea la combinación final de valores de β y σ , el objetivo es producir una familia de gráficas, cada uno de los cuales representa un nivel específico dentro de una jerarquía de cúmulos (en este caso, una jerarquía de asociación de objetos). Dentro de este esquema, uno puede obtener un índice de disimilaridad para cada arista, es decir, para cada relación espacial de los objetos. Simplemente se toma en cuenta cuál es el máximo valor de sigma con el que sobrevive cada arista dentro de la familia de Gráficas de Vecindad Limitada. El índice de disimilaridad se calcula como sigue:

$$d^* = \frac{1}{\sigma}$$

Una arista que desaparece de la gráfica con $\sigma = 0.1$, por ejemplo, tendría un alto nivel de disimilaridad ($d^* = 10$), mientras que una arista que permanece presente en la gráfica

hasta que sigma alcanza el valor 0.9 tendría un valor bajo de disimilaridad ($d^* = 1.11$).

De hecho, sigma representa un factor de consistencia relativa de las aristas, es decir qué tan fuerte son las relaciones entre los objetos. El nivel de consistencia se refiere a que tan esenciales son ciertas aristas para la estructura del patrón. Las aristas inconsistentes son aquellas que aparecen uniendo dos cúmulos que en realidad deberían estar separados. La 'inconsistencia' también se refiere a aristas redundantes, es decir a conexiones no muy significativas entre objetos.

Es apropiado mencionar que valores bajos de sigma tienden a producir más aristas inconsistentes que valores altos de sigma. Esto significa que muy pocos cúmulos aparecen en la Gráfica de Vecindad Limitada. Sin embargo, las relaciones de los objetos agrupados pueden no ser muy significativas. En contraste, valores altos de sigma producen únicamente las aristas más consistentes. Éstas representan las conexiones más fuertes y probablemente las más significativas, pero tal vez dichos valores de sigma ignoren algunas conexiones importantes.

Dada esa relación, sugiero probar con diferentes combinaciones de beta y sigma hasta que algún patrón sea perceptible visualmente. En el caso de las ofrendas mexicanas debería darse mayor atención a los arreglos detectados con valores de $\sigma = 0.4, 0.5$ y 0.6 , combinados con valores $\beta = 1$, $\beta = 2$, o bien, con el valor de β correspondiente a lo que llamé 'parámetro mínimo de conectividad'. En el caso de las ofrendas que he venido utilizando en este artículo como ejemplo, dicho valor es $\beta = 2.62$ (ofrenda 22); y $\beta = 2.74$ (ofrenda 58). Los resultados de este proceso pueden apreciarse en las figuras 20 y 21.

Al analizar los resultados del procedimiento anterior, es evidente que las ofrendas 22 y 58 comparten cinco patrones perfectamente definidos (véase la figura 22). Dichos patrones se enumeran a continuación:

PERFILES DE CONECTIVIDAD

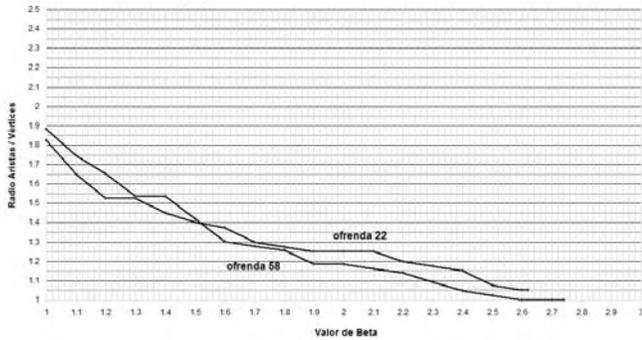


Figura 18. Comparación de los perfiles de conectividad de las ofrendas 22 y 58. Hay que notar la gran semejanza de forma en ambos perfiles, especialmente en lo que se refiere al 'escalón' que aparece con $\beta = 1.2$ (ofrenda 22) y $\beta = 1.3$ (ofrenda 58). Además los perfiles corren paralelos, especialmente a partir de . Las semejanzas expuestas por ambos perfiles sugieren que debe buscarse un mismo significado para ambas ofrendas. Para el desciframiento es necesario identificar otros patrones espaciales a nivel local, así como recurrir a fuentes de datos externas (iconográficas, históricas, etc.).

Patrón 1. Cetro cabeza de venado, cetro serpentiforme, cetro chicahuaztli, nariguera 'Xipe-totec'.

Patrón 2. Cráneo humano, collar compuesto de siete conchas del género Oliva, cascabeles de cobre, y modelo de cuna deformatoria.

Patrón 3. Máscara cráneo, cuchillo de sacrificio, y dos pendientes de concha 'oyohualli'.

Patrón 4. Caparazones de tortuga, conchas madreperla, caracol marino del género Xancus, erizos de mar.

Patrón 5. Vasija con efigie de una deidad de la fertilidad, concha madreperla o bien un caparazón de tortuga.

Como puede apreciarse, el método descrito anteriormente logró detectar las similitudes existentes entre las ofrendas 22 y 58, así como las diferencias de ambas con la ofrenda U. Asimismo fue posible aislar cinco patrones a nivel local. El siguiente paso en la interpretación de las ofrendas es descifrar el significado de dichos patrones con la ayuda de fuentes documentales e iconográficas, entre otras. Por falta de espacio, omito dicho desciframiento en este artículo. Sin embargo, el lector interesado podrá consultarlo en el artículo "Interpretación de dos ofrendas del Templo Mayor con el apoyo de fuentes pictográficas³". Ahí se demuestra que los 5 patrones tienen significados complementarios que al ser vistos en conjunto expresan ideas relacionadas con la restitución de fuerzas vitales a la tierra para preservar su fertilidad.

Conclusiones

El enfoque propuesto en este artículo se dirige por primera vez a analizar formalmente las relaciones espaciales de los objetos ofrendados en el Templo Mayor. Se han seleccionado

³Jiménez Badillo, en prensa, véase también Jiménez Badillo, 2004: capítulo 6, pp. 223-247.

PERFILES DE CONECTIVIDAD

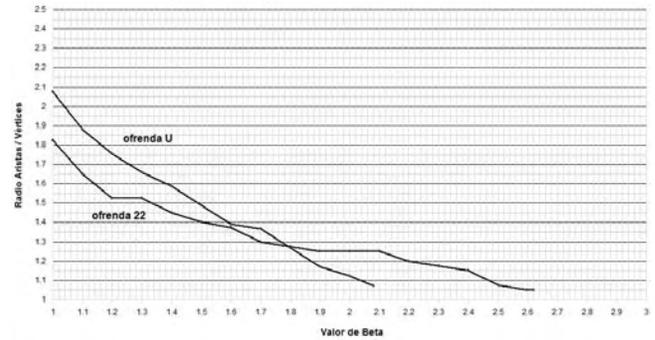


Figura 19. Comparación de los perfiles de conectividad de las ofrendas U y 22. Hay que notar el contraste en la pendiente de ambos perfiles. La gráfica de la ofrenda U tiene una pendiente más pronunciada y la pérdida de arista es constante de un valor a otro de beta, excepto en el punto $\beta = 1.7$. En contraste, la curva de la ofrenda 22 presenta irregularidades y una pendiente menos pronunciada.

cuatro tipos de gráficas de proximidad porque éstas facilitan la percepción visual de relaciones espaciales, así como la cuantificación de propiedades estructurales de las ofrendas, tanto en el ámbito global como local. Considero que lo anterior representa un avance con respecto a trabajos anteriores, donde la ubicación de los artefactos es ignorada, o bien evaluada en forma subjetiva.

Uno de los rasgos más notables del enfoque es su capacidad para explorar relaciones espaciales adaptándose a la naturaleza contextual de la investigación arqueológica. En el caso de las ofrendas mexicas, era necesario obtener diferentes vistas de las relaciones contextuales entre los objetos. Para ello se necesitaba un método flexible pero que al mismo tiempo fuera suficientemente riguroso para no depender de juicios subjetivos al identificar asociaciones significativas. Creo que el concepto de vecinos relativos permite alcanzar dicho objetivo.

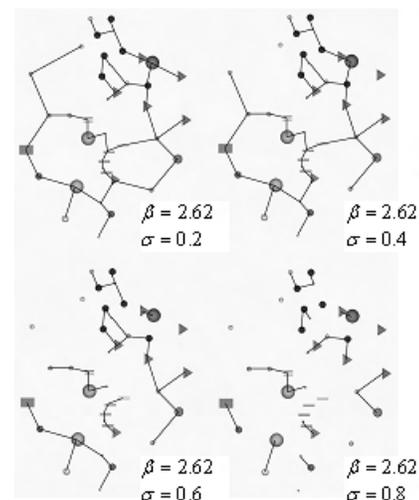


Figura 20. Gráficas de Vecindad Limitada obtenidas a partir de la ofrenda 22. Los valores de sigma se indican bajo cada gráfica. El valor de beta = 2.62 es constante en todas las gráficas.

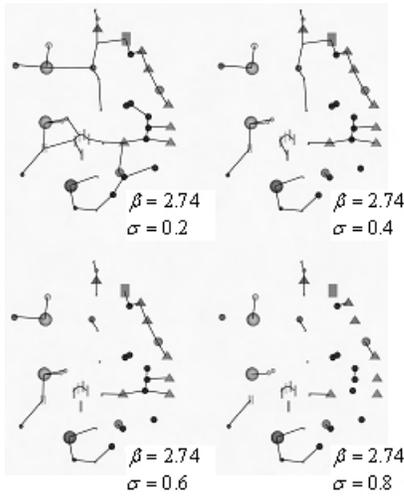


Figura 21. Gráficas de Vecindad Limitada obtenidas a partir de la ofrenda 58. Los valores de sigma se indican bajo cada gráfico. El valor de beta = 2.74 es constante en todas las gráficas.

Las gráficas obtenidas con distintos valores de beta, por ejemplo, ayudan a exhibir diferentes patrones de conexión entre los artefactos. Dado que éstos dependen de un parámetro claramente especificado, permiten también efectuar comparaciones entre las ofrendas.

Algo similar ocurre con las Gráficas de Vecindad Limitada, los cuáles aíslan los arreglos de objetos más sobresalientes, ayudando a detectar combinaciones significativas. Lo anterior conduce a la formulación de hipótesis para descifrar el significado de las ofrendas. La contrastación de dichas hipótesis obviamente depende de información externa (iconografía, fuentes documentales, datos etnohistóricos, etcétera), pero al menos éstas surgen de diagramas de relación extraídos con cierto rigor matemático.

Espero que los lectores compartan mi interés por este enfoque y lo apliquen para la solución de otros problemas arqueológicos.

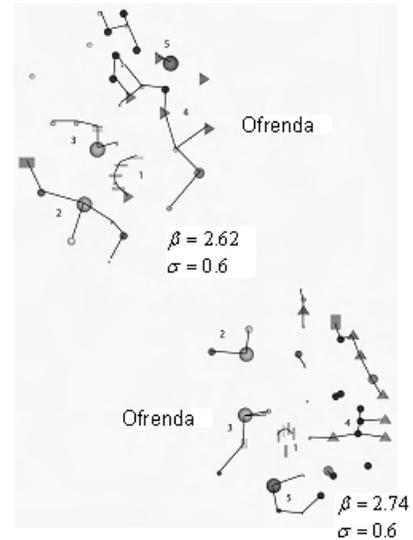


Figura 22. Arreglos de objetos comunes a las ofrendas 22 y 58. Se han identificado cinco arreglos: (1) Cetro cabeza de venado, cetro serpentiforme, cetro chichahuaztli, y nariguera Xipe-Totec; (2) Cráneo humano, collar de siete cuentas Oliva, y cascabeles de cobre; (3) Máscara cráneo, cuchillo de sacrificio, y dos pendientes oyohualli; (4) Caracol Xancus, conchas madreperla, caparazones de tortuga y erizos de mar; (5) vasija con la efigie de una deidad de la fertilidad sobre un caparazón de tortuga (ofrenda 22), o bien sobre una concha madreperla (ofrenda 58). La cuna deformatoria se halla en posición simétrica con respecto al arreglo 2.

Bibliografía (segunda parte)

- Devroye, L. 1988. "The Expected Size of Some Graphs in Computational Geometry", en *Computers and Mathematics with Applications*, v. 15, n. 1, pp. 53-64.
- Huang, N.-F. 1990. "A Divide-and-Conquer Algorithm for Constructing Relative Neighbourhood Graph", en *BIT*, v. 30, pp. 196-206.
- Hurtado, F., G. Liotta y H. Meijer. 2001. "Optimal, Suboptimal, and Robust Algorithms for Proximity Graphs", en *Lecture Notes in Computer Science*, n. 2115, pp. 2-13.
- Jaromczyk, J.W. y M. Kowaluk. 1987. "A Note on Relative Neighborhood Graphs", en *Proceedings of the Third Annual Symposium on Computational Geometry*, Waterloo, Ontario, ACM Press, New York, pp. 233-241.
- Jaromczyk, J.W. y M. Kowaluk. 1991. "Constructing the Relative Neighborhood Graph in 3-Dimensional Euclidean Space", en *Discrete Applied Mathematics*, v. 31, pp. 181-191.
- Jaromczyk, J.W., y G.T. Toussaint. 1992. "Relative Neighborhood Graphs and their Relatives", *Proceedings of the IEEE*, v. 80, n. 9, pp. 1502-1517.
- Jiménez Badillo, Diego. 2004. A method for Interactive Recognition of Three-Dimensional Adjacency Patterns in Point Sets, Based on Relative Neighbourhood Graphs. An Archaeological Application, Ph.D. Thesis, University College London, London.
- Jiménez Badillo, Diego. En prensa. "Interpretación de dos ofrendas del Templo Mayor con el apoyo de fuentes pictográficas." En: *Las imágenes precolombinas, reflejo de saberes*, Valverde Valdés, María del Carmen (ed.). UNAM, México.
- Katajainen, J. 1988. "The Region Approach for Computing Relative Neighbourhood in the l_p Metric", en *Computing*, v. 40, pp.147-161.
- Katajainen, J. y O. Nevalainen. 1986a. "Computing Relative Neighbourhood Graphs in the Plane", en *Pattern Recognition*, v. 19, n. 3, pp. 221-228.
- Katajainen, J. y O. Nevalainen. 1986b. "An Almost Naive Algorithm for Finding Relative Neighbourhood Graphs in l_p Metrics", en *Informatique Théorique et Applications*, v. 21, n. 2, pp. 199-215.
- Katajainen, J., O. Nevalainen y J. Teuhola. 1987. "A Linear Expected-Time Algorithm for Computing Planar Relative Neighbourhood Graphs", en *Information Processing Letters*, v. 25, pp. 77-86.
- Rao, S.V. 1998. Some Studies on Beta-Skeletons, Ph.D. Thesis, Department of Computer Science and Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur.
- Su, T.-H. y R.-C. Chang. 1990. "The K-Gabriel Graphs and Their Applications", en *Proceedings of the SIGAL International Symposium on Algorithms 1990*, Tokyo, Springer, Berlin, pp. 66-75 (*Lecture Notes on Computer Sciences* 450).
- Su, T.-H. y R.-C. Chang. 1991a. "Computing the K-Relative Neighborhood Graphs in Euclidean Plane", en *Pattern Recognition*, v. 24, n. 3, pp. 231-239.
- Su, T.-H. y R.-C. Chang. 1991b. "On Constructing Relative Neighborhood Graphs in Euclidean K-Dimensional Spaces", *Computing*, v. 46, pp. 121-130.
- Supowit, K.J. 1983. "The Relative Neighborhood Graph, with an Application to Minimum Spanning Trees", *Journal of the Association for Computing Machinery*, v. 30, n. 3, pp. 428-448.
- Toussaint, G.T. 1980a. "The Relative Neighbourhood Graph of a Finite Planar Set", en *Pattern Recognition*, v. 12, pp. 261-268.
- Toussaint, G.T. 1980b. "Comment to the Article: 'Algorithms for Computation of Relative Neighborhood Graph' by R.B. Urquhart", *Electronic Letters*, v. 16, n. 22, pp. 860-861.
- Toussaint, G.T. y R. Menard. 1980. "Fast Algorithms for Computing the Planar Relative Neighbourhood Graph", en *Methods for Operations Research: Proceedings of the Fifth Symposium of Operations Research*, University of Köln, Köln, pp. 425-428.
- Urquhart, R. 1980. "Algorithms for Computation of Relative Neighborhood Graph", en *Electronic Letters*, v. 16, n. 14, pp. 556-557 (includes a comment by G.T. Toussaint, v. 16, n. 22, pp. 860-861).
- Urquhart, R. 1983. "Some Properties of the Planar Euclidean Relative Neighbourhood Graph", en *Pattern Recognition*, v.16, pp. 317-322.

La Unidad Cuernavaca del
Instituto de Matemáticas de la
UNAM organiza su

VI Escuela de Verano

dirigida a estudiantes de los últimos semestres de las carreras de
Matemáticas de todo el país.

27 al 31 de julio de 2009

¡Te invitamos a que participes!

Minicursos:

- ◆ José Antonio Seade
"La geometría de una
función diferenciable
cerca de un punto
crítico"
- ◆ José Luis Martínez
"Teoría de Gráficas y
Topología"
- ◆ José Luis Cisneros
"Clases Características"
- ◆ Max Neumann
"Variedades y grupos de
simetría"

*También habrá varias pláticas de
Investigación*

Comité Organizador:
Margareta Boege
Martha Takane

**becas para alimentación y hospedaje*

Más información y solicitudes de beca en:

<http://www.matcuer.unam.mx> escueladeverano@matcuer.unam.mx

Diseno: Victor H. Alcántara

Concurso Problemas para las Olimpiadas de Matemáticas

La Sociedad Matemática Mexicana a través del Comité Organizador de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, invita a todos los miembros de la comunidad matemática del país (Estudiantes, investigadores, divulgadores de la ciencia y profesores) a enviar problemas para participar en el Segundo Concurso Nacional de Problemas para las Olimpiadas de Matemáticas.

BASES:

- 1.- Los problemas para el concurso deberán versar sobre los temas siguientes: Geometría Euclidiana, Teoría de los números, Combinatoria, Álgebra y Desigualdades.
- 2.- Los problemas podrán ser utilizados en los exámenes de las Olimpiadas: Iberoamericana, Centroamericana y del Caribe, Internacional y el Concurso Nacional de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Cabe mencionar que este año nuestro país será sede de la 24° Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, por lo que en esta ocasión la necesidad de problemas es aún mayor que la del año pasado.
- 3.- Los problemas deberán ser inéditos y no podrán hacerse públicos antes de diciembre del año 2010, ya que podrán ser utilizados en cualesquiera de las Olimpiadas mencionadas en el punto 2, durante los años 2009 o 2010.
- 4.- Los problemas deberán ser enviados, junto con sus soluciones, a la dirección electrónica valdez@uaem.mx antes del siete de agosto del 2009. Los formatos en los que se recibirán son: archivo latex, word o pdf.
- 5.- Se otorgarán los premios siguientes:
 - Primer lugar: \$10,000 (diez mil pesos).
 - Segundo lugar: \$ 5,000 (cinco mil pesos).
 - Tercer lugar: \$3,000.00 (tres mil pesos).Problemas que no obtengan alguno de los premios anteriores y se seleccionen para alguna de las olimpiadas mencionadas en el punto 2: \$2000.00 (dos mil pesos).

Aviso:

Ganadores del I concurso nacional de Problemas para las Olimpiadas de Matemáticas:

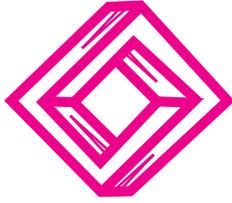
Primer Lugar: Fernando Campos García, Facultad de Ciencias UNAM.

Segundo Lugar: Juan Antonio Ríos Briceño, Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán.

Tercer Lugar. Hubo dos terceros lugares: 1.- Juan Diego López Magaña, Jesús Efrén Pérez Terrazas, Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán.

2.- Jesús Jerónimo Castro, Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero.

Comité Organizador de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas.



XLII

Congreso de la SMM Hoteles

Hotel Emporio (SEDE)

Hab. Sencilla o doble \$1,050.00 impuestos incluidos
Av. Hidalgo 703, Centro Histórico
Tel: 01 (492) 925 65 00
Lada sin costo: 01 800 800 6161

Hotel Quinta Real

Hab. Máster Suite o Gran Clase \$2,152.80 impuestos incluido
Av. Ignacio Rayón 434, Col. Centro
Tel: (492) 922 9104 al 07
Lada sin costo: 01 800 500 4000

Hotel Mesón del Jobito

Hab. Estándar o Junior Suite / sencilla o doble \$1,579.50 impuestos incluidos
Hab. Máster Suite / sencilla o doble \$1,673.10
Desayuno americano incluido
Calle Jardín Juárez #143 Col. Centro
Tel: 01 (492)924 10 75 y 924 17 22

Hotel Hacienda del Bosque

Junior Suite hab. sencilla o doble \$760.00 impuestos incluidos
Master Suite hab. sencilla o doble \$960.00
Persona extra en habitación triple o cuádruple \$100.00 adicionales
Héroes de Chapultepec # 801 Col. La Escondida
Tel: 01 (492) 924 66 66

Hotel La Finca del Minero

Hab. sencilla o doble incluye desayuno americano \$885.00 impuestos incluidos
Hab. sencilla o doble sin desayuno \$810.00
Matamoros #212, Centro Histórico
Tel: 01 (492) 925 03 10
Lada sin costo: 01 800 215 2604

Hotel Best Western Argento Inn

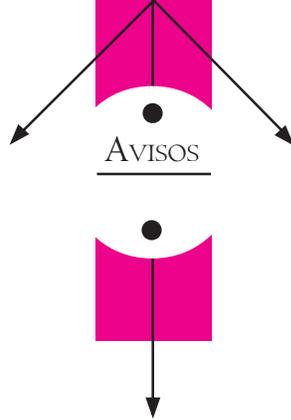
Hab. sencilla o doble \$770.00 impuestos incluidos
Hab. triple \$945.00
Hab. cuádruple \$1,120.00
Av. Hidalgo #407 Centro Histórico
Tel: 01 (492) 925 17 18 al 22
Lada sin costo: 01 800 627 5890

Hotel Mesón de la Merced

Hab. sencilla o doble \$673.00 impuestos incluidos y desayuno americano
Hab. sencilla o doble \$626.00 imp. Incluidos, SIN desayuno
Persona extra \$150.00
Av. Juárez #114 Col. Centro
Tel: 01 (492) 922 6370

Hotel Ma. Benita

Hab. Sencilla o doble \$625.00 impuestos Incluidos
Hab. Triple \$775.00
Hab. Cuádruple \$925.00
No tiene servicio de Restaurante
Av. Ramón López Velarde #319 Col. Centro
Tel: 01 (492) 922 4545
Lada sin costo: 01 800 714 4144



AVISOS



El Departamento de Matemáticas de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional

Convoca al

Concurso Nacional de Matemáticas Pierre Fermat 2009

- Primera etapa (etapa eliminatoria), se llevará a cabo el 24 de octubre de 2009.
- Segunda etapa (etapa final), se realizará el 28 de noviembre de 2009.
- Premiación: 10 de diciembre.



Registro y Bases, visite la página web:
<http://www.esfm.ipn.mx/fermat/index.php>



CARTA INFORMATIVA

SOCIEDAD MATEMÁTICA MEXICANA

Número 61,
Julio de 2009

Publicación de la
Sociedad Matemática Mexicana, A.C.
Apartado Postal 70-450,
04510 México, D.F.
Tel. (55) 5747-3800 ext. 6414
smm@smm.org.mx

JUNTA DIRECTIVA

Fernando Brambila Paz
Presidente

Isidoro Gitler Goldwain
Vicepresidente

Ernesto Lupercio Lara
Secretario General

Miguel A. Xicoténcatl Merino
Secretario de Actas

Francisco Ortíz Arango
Tesoroero

Hebert Kanarek Blando
Vocal

Flor de María Aceff Sánchez
Vocal

COMITÉ EDITORIAL DE LA CARTA

Antonio Rivera Figueroa (Coordinador)

Fernando Galaz Fontes

Gabriel Villa Salvador

Ernesto Lupercio Lara

Víctor Hugo Ibarra Mercado

COLABORADORES

Rosa María García Méndez

DISEÑO

Daniel Espinosa Pérez

IMPRESIÓN

S y G editores, SA de CV
Tels. 5619-5293 / 5617-5610
sygeditores@cablevision.net.mx

PORTADA

Acueducto "EL Cubo",
Zacatecas, Zac.